

# ΗΥ215: 5<sup>η</sup> Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 14 Δεκεμβρίου

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Να υπολογίσετε τη συνέλιξη των σημάτων ενέργειας:

$$h(t) = e^{-t}\epsilon(t)$$
$$x(t) = \begin{cases} \sin(t) & 0 \leq t \leq \pi/2 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

2. Η συνέλιξη είναι η σχέση που συνδέει την είσοδο,  $x(t)$ , σε ένα σύστημα  $h(t)$  και την έξοδο  $y(t)$ .  
Δηλαδή:

$$y(t) = x(t) \star h(t)$$

Θεωρήστε ότι το  $h(t)$  δίνεται από τη σχέση:

$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Δείξτε ότι το παραπάνω σύστημα λειτουργεί ως ολοκληρωτής, δηλ:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau = \int_{t-T}^t x(\tau)d\tau$$

3. Η έξοδος σε ένα σύστημα  $h(t)$  είναι:

$$y(t) = (2e^{-2t} - 1)\epsilon(t)$$

όταν η είσοδος είναι  $x(t) = \epsilon(t)$ . Δείξτε ότι το σύστημα  $h(t)$  δίδεται από τη σχέση:

$$h(t) = \delta(t) - 4e^{-2t}\epsilon(t)$$

4. Εστω το σήμα ισχύος

$$x(t) = \sin(t) + \sin(\sqrt{2}t)$$

Να δειχθεί ότι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισής του είναι:

$$\phi_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)d\tau = \frac{1}{2} \cos(\tau) + \frac{1}{2} \cos(\sqrt{2}\tau)$$

5. Ένα περιοδικό σήμα έχει συνάρτηση αυτοσυσχέτισης:

$$\phi_x(\tau) = 5 \cos(2\pi 30\tau)$$

Να βρεθεί η ισχύς του σήματος α) στο πεδίο του χρόνου και β) στο πεδίο της συχνότητας.

6. Ένα σήμα ισχύος  $x(t)$  διαμορφώνεται από το σήμα  $z(t) = \cos(2\pi f_0 t + \phi)$ , δηλαδή

$$y(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi)$$

Δείξτε ότι:

$$\phi_y(\tau) = \frac{1}{2} \phi_x(\tau) \cos(2\pi f_0 \tau)$$