ΗΥ215: Λύσεις $7^{\eta\varsigma}$ Σειράς ασκήσεων

1. $X(f) = 2AT\,sinc(2fT) + AT\,sinc(fT)\,e^{-j2\pi f 7\frac{T}{2}} - AT\,sinc(fT)\,e^{j2\pi f 7\frac{T}{2}} =$

   $= 2AT\,sinc(2fT) - 2jAT\,sinc(fT)\,\sin(\pi f 7T)$

   Μηδενισμοί: $\left.\begin{array}{rr} sinc(2fT): & 2\pi fT = \pm m\pi \Rightarrow f = \pm\frac{m}{2T} \\ sinc(fT): & \pi fT = \pm m\pi \Rightarrow f = \pm\frac{m}{T} \\ sinc(\pi f7T): & 7\pi fT = \pm m\pi \Rightarrow f = \pm\frac{m}{7T} \end{array}\right\} \Rightarrow$

   $\Rightarrow$ Συνολικά θα έχουμε μηδενισμό στις συχνότητες $f = \pm\frac{m}{T}$

   $X(0) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\,dt = 2AT$

   Αν $A = 2, T = 2 \Rightarrow X(0) = 8$ Δηλαδή η μέση τιμή του σήματος είναι 8.

   Υπάρχει άρτια συμμετρία στο φάσμα πλάτους και περιττή συμμετρία στο φάσμα φάσης, επειδή το σήμα είναι πραγματικό.

   Για τις διάφορες μετακινήσεις, μετατροπές και παραγωγίσεις θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι ιδιότητες:

   $x(t-t_0) \leftrightarrow X(f)\,e^{-j2\pi f t_0}$

   $x(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{|\alpha|}\,X(\frac{f}{\alpha})$

   $\frac{dx(t)}{dt} \leftrightarrow j2\pi f\,X(f)$

   $x(t)\,e^{j2\pi f_0 t} \leftrightarrow X(f-f_0)$

2. Αν $x(t) = x_1(t) + x_2(t) + \cdots + x_k(t)$ τότε

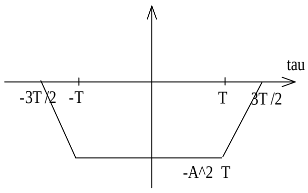
   $\phi_x(\tau) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\,x(t+\tau)\,dt = \sum\limits_k \sum\limits_l \int\limits_{-\infty}^{\infty} x_l(t)\,x_k(t+\tau)\,dt =$
   $= \sum\limits_k \int\limits_{-\infty}^{\infty} \sum\limits_l x_l(t)\,x_k(t+\tau)\,dt = \sum\limits_k \int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\,x_k(t+\tau)\,dt$

   Αν θεωρήσω τα σήματα:

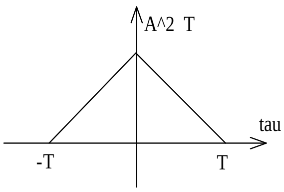
   $x_1(t) = -A\,rect(\frac{t+7\frac{T}{2}}{T})$, $x_2(t) = A\,rect(\frac{t}{2T})$, $x_3(t) = A\,rect(\frac{t-7\frac{T}{2}}{T})$

τότε $x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$ και:

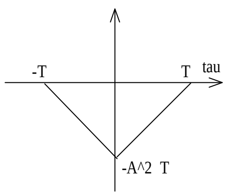
$\int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\, x_1(t+\tau)\, dt$:



γύρω από το $\tau = -\frac{7T}{2}$

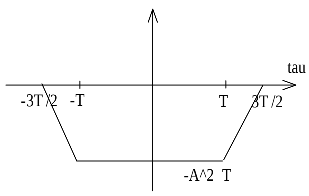


γύρω από το $\tau = 0$

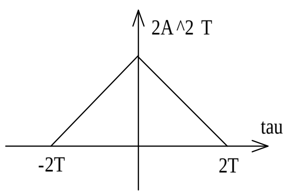


γύρω από το $\tau = -7T$

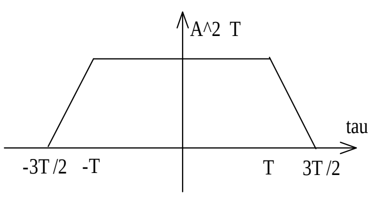
$\int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\, x_2(t+\tau)\, dt$:



γύρω από το $\tau = -\frac{7T}{2}$

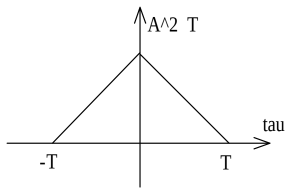


γύρω από το $\tau = 0$

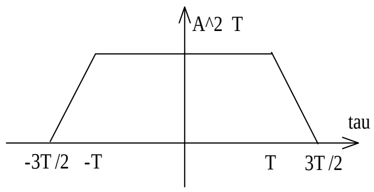


γύρω από το $\tau = -\frac{7T}{2}$

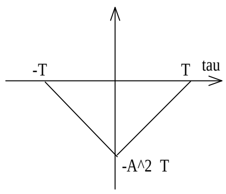
$\int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\, x_3(t+\tau)\, dt$:



γύρω από το $\tau = 0$



γύρω από το $\tau = \frac{7T}{2}$



γύρω από το $\tau = 7T$

Επομένως αθροίζοντας όλα αυτά:

$$\phi_x(\tau) = 2A^2T\,(1 - \tfrac{|\tau|}{T})\,rect(\tfrac{\tau}{T}) + 2A^2T\,(1 - \tfrac{|\tau|}{2T})\,rect(\tfrac{\tau}{2T})$$
$$-\,A^2T\,(1 - \tfrac{|\tau-7T|}{T})\,rect(\tfrac{\tau-7T}{T}) - A^2T\,(1 - \tfrac{|\tau+7T|}{T})\,rect(\tfrac{t+7T}{T})$$