

7^η Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 13 Ιανουαρίου

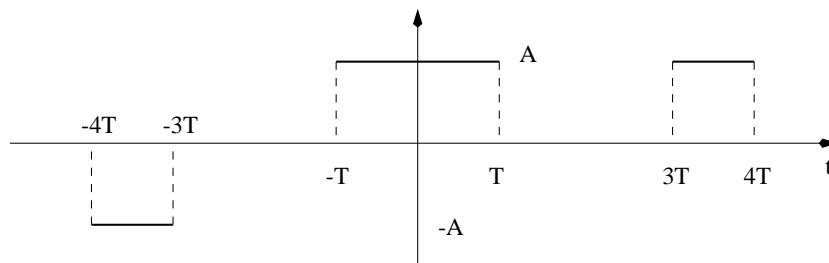
Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

Σε αυτή τη σειρά ασκήσεων θα δούμε ιδιότητες του μετ. Fourier τόσο θεωρητικά ('στο χαρτί') όσο και προγραμματιστικά χρησιμοποιώντας Matlab. Για αυτό το λόγο, θεωρώ τη σειρά αυτή σημαντική. Επομένως, αυτή η σειρά ασκήσεων είναι υποχρεωτική και όχι εθελοντική.

Μαζί με την αναφορά σας, θα δώσετε μια λίστα από τυπωμένα σχήματα που θεωρείτε σημαντικά για την κατανόηση της αναφοράς σας καθώς και τον κώδικα Matlab που θα έχετε αναπτύξει.

1. (α') Να δείξετε ότι ο μετ. Fourier του σήματος στο Σχήμα. 1 δίδεται από τη σχέση:

$$X(f) = 2AT \operatorname{sinc}(2fT) - 2jAT \operatorname{sinc}(fT) \sin(7\pi fT)$$



Σχήμα 1: Σχήμα 1^{ης} άσκησης.

- (β') Θέτοντας $A = 2$ και $T = 2$, μονάδα δειγματοληψίας του χρόνου $dt = T/30$ και μονάδα δειγματοληψίας της συχνότητας $df = 1/(70T)$ υπολογίστε τον μετ. Fourier χρησιμοποιώντας Matlab. Τα χρονικά όρια να είναι από $-5T$ έως $5T$ και η συχνότητα από $-\pi$ έως π .

Ποια είναι η τιμή του μέτρου του μετ. Fourier του σήματος στη συχνότητα μηδέν; Τι εκφράζει η τιμή αυτή;

Σχεδιάστε το φάσμα πλάτους ως προς τη συχνότητα, χρησιμοποιώντας την συνάρτηση plot του Matlab. Γιατί το φάσμα πλάτους παρουσιάζει άρτια συμμετρία ως προς τον άξονα $f = 0$;

Σε ποιές συχνότητες έχουμε μηδενισμούς στο φάσμα πλάτους; Συμπίπτουν οι συχνότητες που φαίνονται στο σχήμα με αυτές που υπολογίζονται θεωρητικά;

(γ') Υπολογίστε τον αντίστροφο μετ. Fourier χρησιμοποιώντας Matlab και συγκρίνεται το αποτέλεσμα (μόνο το πραγματικό μέρος - το φανταστικό είναι πολύ μικρό και οφείλεται σε αριθμητικά σφάλματα) με το αρχικό σήμα.

(δ') Μετακίνηση του φάσματος πλάτους:

Χρησιμοποιώντας ιδιότητες του μετ. Fourier μετακινήστε το φάσμα πλάτους δεξιά κατά $f_0 = 1/2$ και μετά αριστερά κατά $f_0 = 1/2$. Σε κάθε περίπτωση σχεδιάστε το αρχικό φάσμα πλάτους καθώς και το μετακινημένο, ως προς τη συχνότητα. Επίσης το κώδικα Matlab που χρησιμοποιήσατε¹

(ε') Μετακίνηση του σήματος:

Χρησιμοποιώντας ιδιότητες του μετ. Fourier μετακινήστε το σήμα δεξιά κατά $t_0 = 2$ και μετά αριστερά κατά $t_0 = 2$. Δώστε σχήματα και κώδικα.

(ς') Ανάκλαση του σήματος:

Χρησιμοποιώντας ιδιότητες του μετ. Fourier προκαλέστε ανάκλαση του σήματος ως προς τον άξονα $t = 0$, δηλ. το αποτέλεσμα να είναι το σήμα: $x(-t)$. Δώστε σχήματα και κώδικα.

(ζ') Χρονική διαστολή και συστολή του σήματος:

Χρησιμοποιώντας ιδιότητες του μετ. Fourier παράγετε τα σήματα: $x(1.5t)$ και $x(-1.5t)$. Δώστε σχήματα και κώδικα.

(η') Παραγωγή:

Χρησιμοποιώντας ιδιότητες του μετ. Fourier παράγετε το σήμα: $dx(t)/dt$. Μοιάζει το αποτέλεσμα με αυτό που περιμένατε θεωρητικά;

2. Αυτοσυσχέτιση

(α') Θεωρώντας ότι ένα πραγματικό σήμα $x(t)$ αποτελείται από k άλλα σήματα, $x_k(t)$, δείξτε ότι η αυτοσυσχέτιση του σήματος μπορεί να υπολογισθεί και από τη σχέση:

$$\phi_x(\tau) = \sum_k \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x_k(t + \tau)dt$$

(β') Υπολογίστε την αυτοσυσχέτιση του αρχικού σήματος.

¹Σε όλα τα παρακάτω ερωτήματα θα ζητάμε το ίδιο πράγμα: Σχήματα και κώδικα σε Matlab. Επίσης είναι σημαντικό στην αναφορά σας να σχολιάζετε θεωρητικά το κάθε αποτέλεσμα που βλέπετε με το Matlab.

(γ') Χρησιμοποιώντας ιδιότητες του μετ. Fourier παράγετε το σήμα της αυτοσυσχέτισης του σήματος και συγκρίνετε το αποτέλεσμα με αυτό που έχετε υπολογίσει θεωρητικά. Τα όρια που έχουμε θέσει αρχικά για τον άξονα του χρόνου ($-5T$ έως $5T$) δεν αρκούν για την απεικόνιση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης του σήματος. Αλλάξτε αυτά τα όρια ώστε να μπορεί να απεικονιστεί σωστά η αυτοσυσχέτιση του σήματος.