

8^η Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 20 Δεκεμβρίου

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Υπολογίστε τον δίπλευρο μετ. Laplace του σήματος

$$x(t) = e^{at}\epsilon(t) + e^{2at}\epsilon(-t), \quad a > 0$$

Υπάρχει γι' αυτό το σήμα ο μετ. Fourier; Αν ναι, βρείτε τον μετ. Fourier του σήματος.

Αν όχι, δώστε εξήγηση.

$$\text{Απ: } X(s) = \frac{-a}{(s-a)(s-2a)}, \quad \text{ROC: } a < \text{Re}\{s\} < 2a.$$

2. Να υπολογίσετε τον αντίστροφο δίπλευρο μετασχηματισμό Laplace του φάσματος:

$$X(s) = \frac{-3}{(s+2)(s-1)}$$

όταν

$$(\alpha') \text{ ROC: } -2 < \text{Re}\{s\} < 1. \text{ Απ: } x(t) = e^{-2t}\epsilon(t) + e^t\epsilon(-t).$$

$$(\beta') \text{ ROC: } \text{Re}\{s\} > 1. \text{ Απ: } x(t) = e^{-2t}\epsilon(t) - e^t\epsilon(t).$$

$$(\gamma') \text{ ROC: } \text{Re}\{s\} < -2. \text{ Απ: } x(t) = e^t\epsilon(-t) - e^{-2t}\epsilon(-t).$$

Σε κάθε περίπτωση σχεδιάστε την περιοχή σύγκλισης και το σήμα στο χρόνο που υπολογίζετε κάθε φορά.

3. Δείξτε ότι ο μονόπλευρος μετ. Laplace του σήματος

$$x(t) = te^{-at}\epsilon(t), \quad a > 0$$

είναι

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{1}{(s+a)^2}, \quad \Re\{s\} > a$$

4. Δείξτε ότι ο μονόπλευρος μετ. Laplace του

$$x(t) = t\epsilon(t)$$

είναι:

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{1}{s^2}, \quad \text{Re}\{s\} > 0$$

5. Δείξτε ότι ο μονόπλευρος μετασχ. Laplace του σήματος που φαίνεται στο Σχήμα είναι

$$\frac{2}{s^2}[e^{-s} - e^{-2s}] - \frac{2}{s}e^{-4s}$$

