6^{η} Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 29 Νοεμβρίου

Απορίες:yannis@csd.uoc.gr

1. Ορίζοντας τη συνάρτηση Dirac ως όριο συνάρτησης

$$\delta(t) = \lim_{A \to 0} \frac{\sin(\pi t/A)}{\pi t}$$

αποδείξτε ότι ο Μ.Φ. της $\delta(t)$ είναι 1.

2. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Parseval αποδείξτε ότι

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2(at)}{t^2} dt = a\pi$$

3. Το ορθογώνιο σήμα

$$x(t) = rect(\frac{t}{T})$$

το έχουμε αναφέρει συχνά και ως σήμα παράθυρου. Μια οικογένεια παραθύρων δίνεται από την εξίσωση

$$u_a(t) = [a + (1-a)\cos(2\pi\frac{t}{T})]rect(\frac{t}{T})$$

όπου a είναι μια σταθερά.

Αν

$a = 1$	έχουμε το γνωστό ορθογώνιο παράθυρο
$a = 0.54$	έχουμε το παράθυρο Hamming
$a = 0.5$	έχουμε το παράθυρο Hanning

(α′) Σχεδιάστε κάθε παράθυρο στο χρόνο

(β′) Δείξτε ότι η ενέργεια κάθε παράθυρου δίνεται από τη σχέση

$$[a^2 + \frac{1}{2}(1-a)^2]T$$

(γ′) Αποδείξτε ότι το εύρος φάσματος το οποίο ορίζεται ως εξής

$$\Delta f = 2\frac{\phi_x(0)}{\Phi_x(0)}$$

όπου

$\phi_x(\tau)$	η συνάρτηση αυτοσυχέτισης και
$\Phi_x(f)$	η συνάρτηση φασματικής πυκνότητας της ενέργειας

είναι για κάθε παράθυρο

$\frac{2}{T}$ για το ορθογώνιο παράθυρο

$\frac{2.725}{T}$ για το παράθυρο Hamming

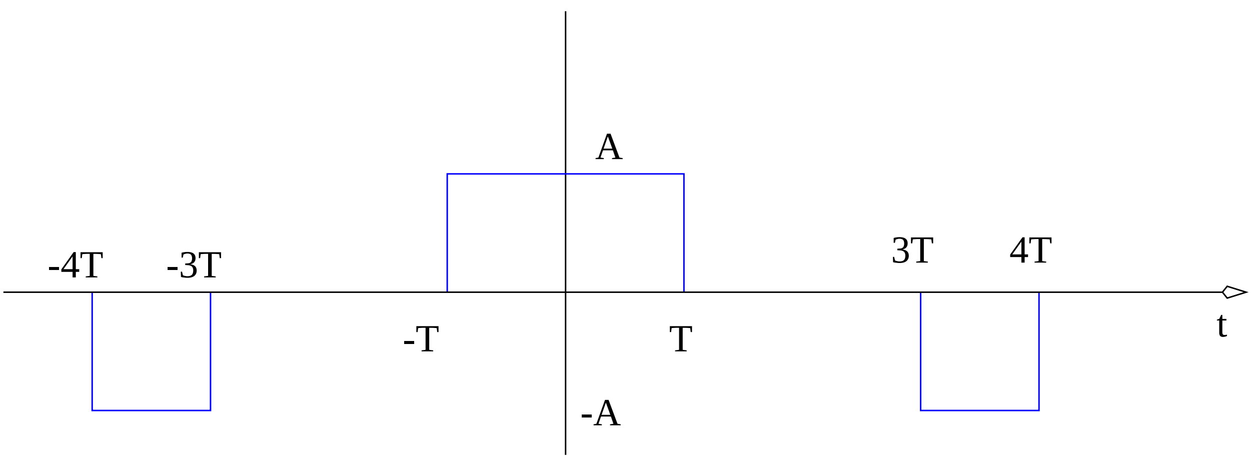
$\frac{3}{T}$ για το παράθυρο Hanning

4. Να υπολογιστεί ο Μ.Φ. της μοναδιαίας βηματικής συνάρτησης

$$\epsilon(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

Απ: $\frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{j2\pi f}$

5. Να υπολογιστεί ο Μ.Φ. του σήματος χρησιμοποιώντας



- παραγώγιση
- πρόσθεση σημάτων. Προσπαθήστε να βρείτε τρία ορθογώνια σήματα με συμμετρία ως προς την αρχή των αξόνων που όταν προστεθούν θα δώσουν το αρχικό σήμα. Σε μια τέτοια περίπτωση είναι πολύ απλό να υπολογίσετε τον Μ.Φ. του σήματος αν γνωρίζεται τον Μ.Φ. του ορθογώνιου σήματος.

Απ: $X(f) = 2AT[sinc(f2T) + 3sinc(f6T) - 4sinc(f8T)]$