4^{η} Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 8 Νοεμβρίου

Απορίες:yannis@csd.uoc.gr

1. Αποδείξτε ότι

$$\phi_{xy}(t) = \phi^*_{yx}(-t)$$

όπου

$$\phi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt$$

όπου $*$ σημαίνει συζυγές.

2. Αν $X(f)$ παριστάνει τον μετασχηματισμό Fourier ενός παραγματικού σήματος, δείξτε ότι ισχύει:

$$X^*(f) = X(-f)$$

όπου $*$ σημαίνει συζυγές.

3. Αποδείξτε ότι ένα πραγματικό αιτιατό σήμα $x(t)$ γράφεται ως:

$$x(t) = 4\int_{0}^{+\infty} R(f)cos(2\pi ft)df$$

για $t > 0$, όπου $R(f)$ είναι το πραγματικό μέρος του μετασχηματισμού Fourier του σήματος.

4. Εστω ότι $X(f) = R(f) + jI(f)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier ενός πραγματικού σήματος $x(t)$. Αποδείξτε ότι ο μετασχηματισμός Fourier του άρτιου μέρους του $x(t)$ είναι ίσος με $R(f)$ ενώ ο μετασχηματισμός Fourier του περιττού μέρους του σήματος είναι ίσος με $j\ I(f)$.

5. Αποδείξτε ότι το πραγματικό,$R(f)$, και φανταστικό μέρος,$I(f)$, του μετασχηματισμού Fourier ενός μιγαδικού σήματος,$x(t)$:

$$x(t) = x_1(t) + j\ x_2(t)$$

δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\begin{aligned} R(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} [x_1(t)\cos(2\pi ft) + x_2(t)\sin(2\pi ft)]\ dt \\ I(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} [x_2(t)\cos(2\pi ft) - x_1(t)\sin(2\pi ft)]\ dt \end{aligned}$$

6. Υπολογίστε τον μετασχηματισμό Fourier του σήματος

$$x(t) = \frac{1}{\pi t}$$