

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 11 Οκτωβρίου

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Βρείτε το άθροισμα

$$x(t) = 2 \cos(20\pi t + \frac{\pi}{3}) + \sqrt{2} \cos(20\pi t - \frac{3\pi}{4})$$

στη μορφή

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Απάντηση : $A = 0.732$, $\omega_0 = 20\pi$, $\phi = \pi/2$.

Σχεδιάστε το φάσμα πλάτους και φάσης.

2. Γράψτε το σήμα:

$$x(t) = 7 \cos(\omega_0 t + 45^\circ) + 6 \cos(\omega_0 t)$$

στη μορφή

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$

και σχεδιάστε το φάσμα πλάτους και φάσης.

Απάντηση : $A = 12.0165$, $\phi = 0.4246$

3. Εστω το σήμα:

$$x(t) = 7 \cos(\omega_0 t + \frac{3\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})$$

Βρείτε το σήμα $z(t)$ τέτοιο ώστε:

$$x(t) = \Re\{z(t)\}$$

Απάντηση : $z(t) = 6.0828 e^{j0.802\pi} e^{j\omega_0 t}$

4. Λύστε την εξίσωση:

$$y(t) = y(t - 1) + 4 \cos(\omega_0 t)$$

όπου $\omega_0 = \pi/3$.

Βοήθεια: Βάλτε όπου $y(t) = A \cos(\omega_0 t)$

Απάντηση : $y(t) = 4 \cos(\frac{\pi}{3} t - \frac{\pi}{3})$

5. Εστω δύο μιγαδικοί:

$$z_1 = -3 + j 4$$

και

$$z_2 = 3 - j 4$$

- Σχεδιάστε τους μιγαδικούς αριθμούς στο μιγαδικό επίπεδο
- Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση \arctan και υπολογίστε τη φάση των μιγαδικών σε μοίρες και radian.
- Αυτό που υπολογίσατε συμφωνεί με το σχήμα που έχετε στο μιγαδικό επίπεδο; Αν όχι, εξηγήστε. Σε περίπτωση λάθους δώστε τη σωστή απάντηση για τη φάση.
- Γράψτε τους μιγαδικούς σε πολική μορφή.
- Κάντε την πράξη $\frac{z_1}{z_2}$ χρησιμοποιώντας την καρτεσιανή μορφή των μιγαδικών.
- Επαναλάβετε την ίδια πράξη χρησιμοποιώντας την πολική μορφή.
- Επαναλάβετε τα παραπάνω για: $z_1 z_2$.

Ποια μορφή προτιμάτε για τις πράξεις αυτές;

6. Αποδείξτε τις αντίστροφες σχέσεις του Euler.

Εθελοντικές ασκήσεις:

(ουσιαστικά ιδού οι ασκήσεις των οποίων είχατε τις απαντήσεις :)

- Γράψτε το σήμα:

$$x(t) = 7 \cos(\omega_0 t + 45^\circ) + 6 \sin(\omega_0 t)$$

στη μορφή

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$

και σχεδιάστε το φάσμα πλάτους και φάσης.

Απάντηση : $A = 5.05$, $\phi = -0.209$

- Εστω το σήμα:

$$x(t) = 7 \cos\left(\omega_0 t + \frac{3\pi}{4}\right) + 10 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Βρείτε το σήμα $z(t)$ τέτοιο ώστε:

$$x(t) = \Re\{z(t)\}$$

Απάντηση : $z(t) = 15.75e^{j(\omega_0 t + 1.89)}$