

ΗΥ215: 5^η Σειρά Ασκήσεων

6 Μαΐου 2009

Παράδοση: 13 Μαΐου 2009

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Έστω δύο δεξιόπλευρα σήματα $x(t)$ και $y(t)$ τα οποία συνδέονται με τις διαφορικές εξισώσεις:

$$\begin{aligned}\frac{dx(t)}{dt} &= -2y(t) + \delta(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= 2x(t)\end{aligned}$$

Υπολογίστε το $Y(s)$ και $X(s)$.

2. Δείξτε ότι για ένα σήμα άρτιο ($x(t) = x(-t)$) ισχύει ότι: αν ο μετ. $X(s)$ του $x(t)$ έχει μία ρίζα στη θέση s_k τότε υποχρεωτικά θα έχει μία ρίζα και στη θέση $-s_k$.

Δείξτε ότι για ένα πραγματικό σήμα $x(t)$, ισχύει ότι: αν ο μετ. $X(s)$ του $x(t)$ έχει μία ρίζα στη θέση s_k τότε υποχρεωτικά θα έχει μία ρίζα και στη θέση s_k^* , όπου $*$ σημαίνει συζυγή ρίζα.

3. Να υπολογίσετε τον μετ.Laplace των παρακάτω σημάτων και να βρείτε τα αντίστοιχα πεδία σύγκλισης.

- $x(t) = e^{-4t}\epsilon(t) + e^{-5t} \sin(5t)\epsilon(t)$

- $x(t) = te^{-2|t|}$

4. Να υπολογίσετε τον αντίστροφο μετ.Laplace των παρακάτω συναρτήσεων λαμβάνοντας υπόψη τα αντίστοιχα πεδία σύγκλισης.

$$\begin{aligned}\frac{s+2}{s^2+7s+12}, & \quad -4 < \sigma < -3 \\ \frac{s^2-s+1}{(s+1)^2}, & \quad \sigma > -1\end{aligned}$$