

ΗΥ215: 3^η Σειρά Ασκήσεων

23 Μαρτίου 2009

Παράδοση: 30 Μαρτίου 2009

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Έστω το σήμα ενέργειας:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{t+1}{2} & |t| \leq 1 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Να υπολογίσετε τον μετ. Fourier του σήματος.

2. Αποδείξτε ότι

$$\mathcal{F} \left\{ \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \right\} = \frac{X(f)}{j2\pi f} + \frac{1}{2} X(0) \delta(f)$$

όταν $X(f)$ είναι ο μετ. Fourier του σήματος $x(t)$.

3. Έστω το σήμα:

$$x(t) = \begin{cases} t + \frac{1}{2} & |t| \leq 1/2 \\ 1 & t > 1/2 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Να υπολογίσετε τον μετ. Fourier του σήματος

(α') κάνοντας χρήση της ιδιότητας του μετ. Fourier σχετικά με το ολοκλήρωμα που είδαμε παραπάνω.

(β') θεωρώντας το σήμα ως άθροισμα δύο σημάτων και κάνοντας χρήση της γραμμικής ιδιότητας του μετ. Fourier

Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε την ιδιότητα της παραγώγισης του σήματος για τον υπολογισμό του μετασχηματισμού. Δικαιολογήστε με επάρκεια την απάντησή σας.

4. Έστω ότι

$$z(t) = x(t) \star y(t)$$

και

$$g(t) = x(at) \star y(at)$$

όπου $a > 0$. Δείξτε ότι

$$g(t) = \frac{1}{a} z(at)$$

5. Να υπολογίσετε τον αντίστροφο μετ.Fourier της συνάρτησης:

$$X(f) = \frac{b - a}{(a + j2\pi f)(b + j2\pi f)} \quad a, b > 0$$