

ΗΥ215: 4^η Σειρά Ασκήσεων

17 Μαρτίου 2008

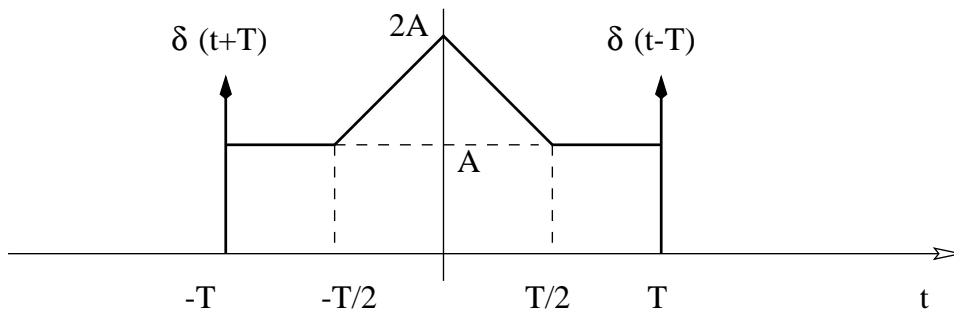
Παράδοση: 8 Απριλίου 2008

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Να υπολογίσετε τον μετ. Fourier του σήματος:

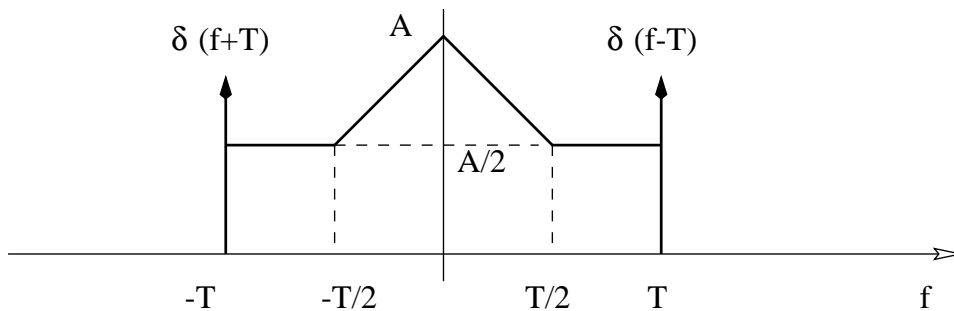
$$x(t) = \begin{cases} |t| & |t| \leq T/2 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

2. Τα σχέδια για το παλάτι των Βερσαλλιών φαίνονται στο σχήμα 1. Υπολογίστε τον μετ. Fourier των σχεδίων. Γνωρίζουμε ότι το εύρος ζώνης του φάσματος πλάτους είναι ανάλογο με το κόστος κατασκευής και συντήρησης. Οι Γάλλοι πολίτες κατάλαβαν ότι το παραπάνω κτήριο θα τους έκανε περισσότερο φτωχούς από ότι ήταν. Που βασίστηκαν οι απόψεις τους; Κατά τη διάρκεια της Γαλλικής Επανάστασης (1789) και με την καθοδήγηση του Fourier αφαίρεσαν ένα μέρος από το παλάτι ώστε το φάσμα πλάτους να μειώνεται καθώς αυξάνεται η συχνότητα (για τον περιορισμό του εύρους ζώνης άρα και του κόστους). Ποια παράμετρο αφαίρεσαν; Αν έχετε απαντήσει στο προηγούμενο ερώτημα, το παρόν θα σας είναι πολύ εύκολο.

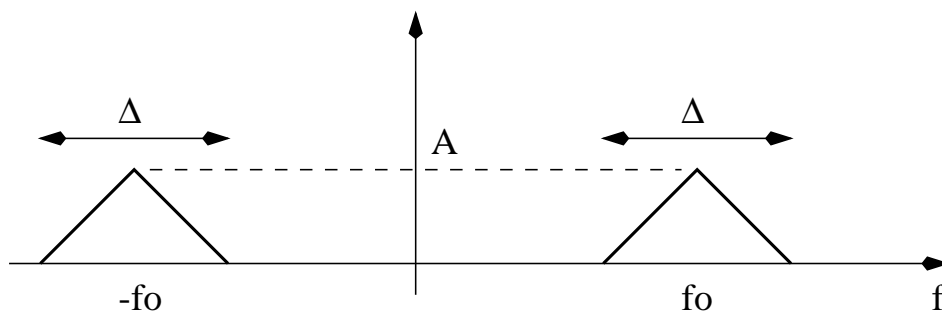


Σχήμα 1: Παλάτι Βερσαλλιών.

3. Οι Γιαπωνέζοι αντέγραψαν τα σχέδια του παραπάνω παλατιού αλλά έκαναν κάποιο λαθάκι το οποίο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Σημειώστε ότι η μείωση πλάτους που ίσως παρατηρείτε οφείλεται σε Ιαπωνική καινοτομία μιας και ότι κάνουν είναι λίγο πιο μικρό από τα αυθεντικά (οπότε δεν είναι λάθος αυτή η αλλαγή κλίμακας). Μόλις ο Αυτοκράτορας είδε τα σχέδια διέταξε με αντίστροφο μετ. Fourier να φτιάξουν γρήγορα το παλάτι στο χρόνο. Βρείτε το σχήμα που τους προέκυψε.



Σχήμα 2: Ιαπωνέζικη έκδοση.



Σχήμα 3: Φάσμα πλάτους 4ης άσκησης.

4. Να βρεθεί ο αντίστροφος μετ. Fourier του φάσματος πλάτους που φαίνεται στο σχήμα 3.
5. Παρακάτω σας δίδεται ο κώδικας σε Matlab για τον υπολογισμό του μετ. Fourier ενός σήματος καθώς και ο υπολογισμός του αντίστροφου μετ. Fourier. Τα ολοκληρώματα που χρειάζονται να υπολογιστούν προσεγγίζονται με τη μέθοδο Riemann. Χρησιμοποιούμε ως παράδειγμα το σήμα

$$x(t) = A \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

Σχολιάστε τον κώδικα όπου σας ζητηθεί και βέβαια να τον χρησιμοποιήσετε. Απαντήστε ιδιαίτερα τα μέρη όπου εμφανίζεται η λέξη ELEGXOS.

Είναι πολύ χρήσιμος για τον έλεγχο των απαντήσεων στις ασκήσεις σας αλλά και στον έλεγχο του υπολογισμού Fourier με το Matlab.

Σημείωση: Το Matlab έχει δική του συνάρτηση για τον υπολογισμό του μετ. Fourier και του αντιστρόφου: fft, ifft αντίστοιχα. Παρόλα αυτά, ο παρακάτω κώδικας σας δίνει πλήρη και εύκολο έλεγχο.

```
% xronos ...
```

```

dt = 1/100;           % deigmatolhpsia aksona xronou
A = 2;               % platos shmatos
T = 1;               % diärkeia se sec tou palmou
D = 2*T;             % diärkeia se sec tou shmatos
t = -D/2:dt:D/2;     % xronos
x = A*rectpuls(t,T); % shma
plot(t,x)            % plot!! mmm...

% syxnothta ....
df = 1/(30*T);       % deigmatolhpsia aksona syxnothtas
f = -3*pi:df:3*pi;   % syxnothta

%%%%%%%%%%
% SXOLIASTE ton parakatv pinaka
% pinakas analyshs: met. Fourier.
M = exp(-j*(2*pi*t'*f));

%%%%%%%%%%
% SXOLIASTE ton parakatv pinaka
% pinakas synthesis: ant. met. Fourier.
Minv = exp(j*(2*pi*f'*t));

% upologismos met.Fourier (kata Riemann)
X = dt*x*M; % prosoxh ... einai migadikos

% plot fasma platos (magnitude) kai fasma fashs (phase)
subplot(211);plot(f,abs(X),'');ylabel('magnitude');
subplot(212);plot(f,angle(X),'');ylabel('phase');
xlabel('Frequency in Hz');

%%%%%%%%%%

```

```

% ELEGXOS: Einai svsto to megisto tou fasmatos platovs?
%      Ginetai o mhdenismos ekei pou preimenete?
%      Sumfvneite me to fasma fashs? Poia diafora yparxei
%      se sxesh me auta pou ma0ate sth 0ewria?

% thewrhtiko apotelesma
Xth = A*T*sinc(f*T);

% Sugkrish
subplot(211);plot(f,abs(X));ylabel('magnitude'); hold
on;plot(f,abs(Xth),'g'); legend('Riemann','Theory');hold off;
subplot(212);plot(f,angle(X));ylabel('phase'); hold
on;plot(f,angle(Xth),'g'); legend('Riemann','Theory');hold off;
xlabel('Frequency in Hz');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% ELEGXOS: Fainetai na yparxei diafora sto fasma fashs. Yparxei pragmati
%      auth h diafora 'h oi faseis praktika einai idies?

% antistrofos met. Fourier - kratame to real meros. To imag einai
% para polu mikro kai ofeiletai se arithmitika sfalmata
xx = real(df*X*Minv);

% sugkrish:
clf; plot(t,x);hold on;plot(t,xx,'g');hold off

```