

# ΗΥ215: 2<sup>η</sup> Σειρά Ασκήσεων

20 Απριλίου 2007

Παράδοση: 30 Απριλίου 2007

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Έστω οι συναρτήσεις διανύσματα ενός χώρου συναρτήσεων στο διάστημα  $[0, 1]$ :

$$x_1(t) = \sin(\pi t)$$

$$x_2(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

Να υπολογιστεί η γωνία  $\phi$  μεταξύ των δύο διανυσμάτων του χώρου, η οποία υπολογίζεται ως:

$$\cos \phi = \frac{\langle x_1, x_2 \rangle}{\|x_1\| \|x_2\|}$$

όπου  $\langle x_1, x_2 \rangle$  είναι το εσωτερικό γινόμενο των  $x_1$  και  $x_2$ , ενώ  $\|x\|^2 = \langle x, x \rangle$ .

2. Ένας διανυσματικός χώρος συναρτήσεων με βάση  $\psi_k(t) = t^k$  με  $k = 0, 1, 2, 3$  ορίζεται στο διάστημα  $[-1, 1]$ . Να βρείτε την ορθοκανονική βάση που αντιστοιχεί στις συναρτήσεις  $\psi_k(t)$ . (Βοήθεια: δείτε την άσκηση 4, 2η σειρά ασκήσεων, Χειμώνας 2004 από τη σελίδα του μαθητή-ματς).

3. Δημιουργείστε ένα σήμα σειρήνας το οποίο μεταβάλλει τη συχνότητά του από  $100 \text{ Hz}$  σε  $1500 \text{ Hz}$  σε χρόνο  $5 \text{ sec}$ , έχει πλάτος σταθερό  $A = 3$  και αρχική φάση μετατόπισης  $\pi/3$ .

Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `soundsc` του Matlab γράψτε έναν κώδικα σε Matlab το οποίο θα πραγματοποιεί το σήμα αυτό και έτσι θα μπορέσετε να ακούσετε το σήμα που δημιουργήσατε. Χρησιμοποιήστε συχνότητα δειγματοληψίας  $8000 \text{ Hz}$ , δηλαδή.

```
dt = 1/8000; t=0:dt:5;
```

Παραδώστε κώδικα σε Matlab

4. Αναπτύξτε σε σειρά Fourier το περιοδικό με περίοδο  $T_0$  σήμα:

$$f(t) = \begin{cases} e^{-at} & 0 \leq t < T_1 \\ 0 & T_1 \leq t < T_0 \end{cases}$$

όπου  $T_1 = T_0/2$ .

5. Μελετήστε την άσκηση 8, 2η σειρά ασκήσεων, Χειμώνας 2004.

Γράψτε ένα κώδικα Matlab παρόμοιο με αυτόν της άσκησης 8, με τον οποίο να μπορείτε να επαληθεύσετε το αποτέλεσμα της προηγούμενης άσκησης.

Ένα παράδειγμα τέτοιου κώδικα δίνετε παρακάτω χωρίς πολλά σχόλια και βέβαια με ένα κενό εκεί που θα πρέπει να βάλετε εσείς τους συντελεστές Fourier.

```
K=30;
```

```
To=4;
```

```
a = 0.3;
```

```
t = -4:4/100:4;
```

```
T1 = To/4;
```

```
k = -K:K;
```

```
Xk = .???????
```

```
E = exp(j*k'*2*pi/To*t);
```

```
xp =Xk*E;
```

```
plot(t,real(xp));
```

```
% an thelete na valete to arxiko shma panw se auto pou upologizete
```

```
% me to anaptugma se seires Fourier
```

```
% dhmiourgeiste MIA periodo
```

```
sb = [exp(-a*(0:1/25:2-1/25)) zeros(1,50)];
```

```
% apla valte th duo fores (oses tha epanalhfuei kai to shma parapanw)
```

```
s = [sb sb];
```

```
plot(s);hold on;plot(real(xp), 'g');hold off
```

Παραδώστε κώδικα σε Matlab