

ΗΥ215: 7η Σειρά Ασκήσεων

Σάββατο 31 Μαΐου 2014

Παράδοση: Παρασκευή 20 Ιουνίου 2014 (την ώρα της εξέτασης)

Απορίες: hy215-list@csd.uoc.gr

1. Στα βήματα των Nyquist-Shannon - I

Έστω το σήμα $x(t) = \sin(2\pi f_0 t)$.

(α') Βρείτε το μετασχ. Fourier του, $X(f)$.

(β') Σχεδιάστε ένα "μεικτό" φάσμα για το $X(f)$, όπου θα χρησιμοποιήσετε τα μιγαδικά πλάτη του μετασχ. Fourier.

(γ') Βρείτε τη μέγιστη συχνότητα του σήματος, f_{max} .

(δ') Σχεδιάστε το αποτέλεσμα της δειγματοληψίας του σήματος $x(t)$ στο χώρο της συχνότητας, όταν χρησιμοποιήσουμε συχνότητα δειγματοληψίας

i. $f_s > 2f_{max}$

ii. $f_s < 2f_{max}$

iii. $f_s = 2f_{max}$

Εξηγήστε τι συμβαίνει σε κάθε περίπτωση.

2. Στα βήματα των Nyquist-Shannon - II

Σας δίνονται τα σήματα

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \quad \text{με} \quad T_s = \frac{1}{6000}$$

(α') Για καθένα από τα παρακάτω σήματα, σχεδιάστε το $X_p(f)$, που είναι ο μετασχ. Fourier του $x_p(t) = x_c(t)p(t)$.

(β') Τι συμβαίνει όταν το σήμα ανακατασκευάζεται από το ιδανικό φίλτρο ανακατασκευής $H_r(f)$ με συχνότητα αποκοπής $f_s/2$, δηλ.

$$H_r(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq f_s/2 \\ 0, & |f| > f_s \end{cases}$$

Τα σήματα είναι τα

i) $x_c(t) = \frac{\sin(2\pi 2000t)}{\pi t}$

ii) $x_c(t) = 1 + \cos(2\pi 1000t) + \sin(2\pi 2000t)$

3. Δειγματοληψία και Διακριτά Σήματα - I

Θεωρήστε τα παρακάτω σήματα

$$x_1(t) = \cos(2\pi 10t)$$

$$x_2(t) = \cos(2\pi 50t)$$

τα οποία δειγματοληπτούνται με ρυθμό $f_s = 40$ Hz. Βρείτε τη μαθηματική μορφή των διακριτών σημάτων $x_1[n]$, $x_2[n]$. Σχεδιάστε τα ως προς το διακριτό χρόνο n . Τι παρατηρείτε;

4. Δειγματοληψία και Διακριτά Σήματα - II

Θεωρείστε το αναλογικό σήμα

$$x_a(t) = 3 \cos(100\pi t)$$

(α') Βρείτε τον ελάχιστο ρυθμό δειγματοληψίας που απαιτείται για να αποφευχθεί το φαινόμενο του aliasing.

(β') Θεωρήστε ότι το σήμα δειγματοληπτείται με ρυθμό $f_s = 200$ Hz. Ποιό είναι το σήμα διακριτού χρόνου;

(γ') Θεωρήστε ότι το σήμα δειγματοληπτείται με ρυθμό $f_s = 75$ Hz. Ποιό είναι το σήμα διακριτού χρόνου;

5. Δειγματοληψία και Διακριτά Σήματα - III

Θεωρήστε το αναλογικό σήμα

$$x_a(t) = 3 \cos(2\pi 1000t) + 5 \sin(2\pi 3000t) + 10 \cos(2\pi 6000t)$$

(α') Ποιός είναι ο ρυθμός Nyquist για το παραπάνω σήμα;

(β') Έστω ότι δειγματοληπτούμε το σήμα με ρυθμό $f_s = 5000$ Hz, ποιά είναι η μαθηματική μορφή του διακριτού σήματος $x[n]$ μετά τη δειγματοληψία;

(γ') Ποιό είναι το αναλογικό σήμα που μπορούμε να ανακατασκευάσουμε από τα δείγματα του $x[n]$; Είναι ίδιο με το $x_a(t)$; Γιατί;

6. Δειγματοληψία και Διακριτά Σήματα - IV

Ένα αναλογικό σήμα περιέχει συχνότητες ως τα 10 kHz.

(α') Ποιό είναι το εύρος των συχνοτήτων δειγματοληψίας που επιτρέπει την ακριβή ανακατασκευή του σήματος από τα δείγματά του;

(β') Ποιός είναι ο ρυθμός Nyquist για το σήμα αυτό;

(γ') Αν η συχνότητα δειγματοληψίας είναι $f_s = 10$ kHz, τότε ποιά είναι η μέγιστη συχνότητα που μπορεί να αναπαρασταθεί με μοναδικό τρόπο από το δειγματοληπτημένο σήμα;