

**Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών**  
**Θεωρία Πιθανοτήτων - Πρόοδος**  
**Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης**  
**20 Απριλίου 2013 - Διάρκεια: 2.5 Ώρες**

**Θέμα 1 - 10 μονάδες.** Σχεδιάστε τις παρακάτω συναρτήσεις:

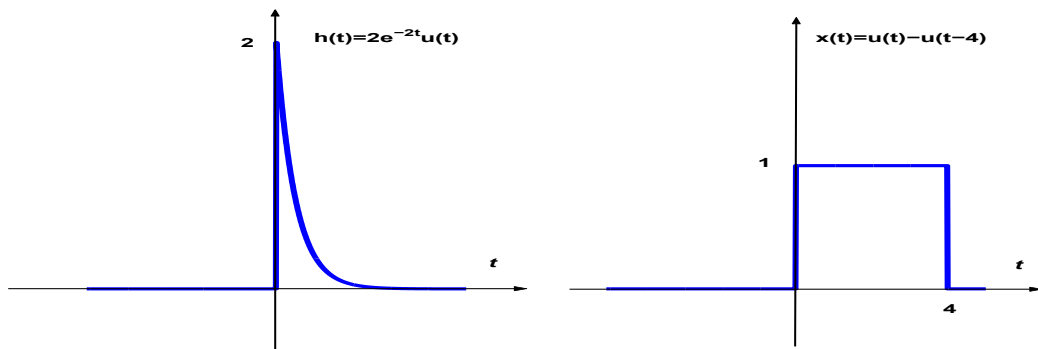
(α)  $e^{-2t}u(t-1)$ , όπου  $u(t)$  είναι η βηματική συνάρτηση.

(β)  $u(t^2-9)$

(γ)  $\text{rect}(\frac{t-2}{5})$ , όπου  $\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{αλλιού,} \end{cases}$  είναι η συνάρτηση μοναδιαίου τετραγωνικού παλμού χρονικής διάρκειας ίσης με 1.

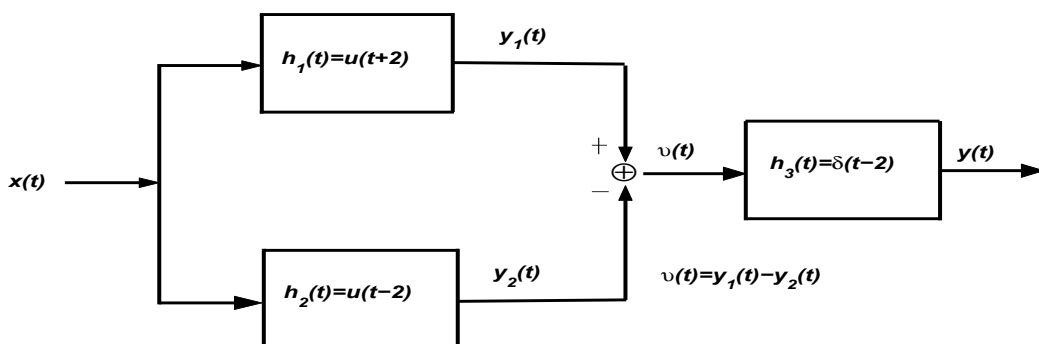
(δ)  $\text{rect}(\frac{t+1}{2}) + \text{rect}(t - \frac{1}{2})$

**Θέμα 2 - 20 μονάδες.** Υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο  $y(t)$  του ΓΧΑ συστήματος με κρουστική απόκριση  $h(t)$  για την είσοδο  $x(t)$ , όπως αυτές φαίνονται στο Σχήμα 2. Υπολογίστε την ενέργεια του σήματος εισόδου,  $x(t)$ , καθώς και την ενέργεια του σήματος εξόδου,  $y(t)$ , του συστήματος. Τι παρατηρείτε;



Σχήμα 1: Η κρουστική απόκριση,  $h(t)$ , και η είσοδος,  $x(t)$ , του 2ου θέματος.

**Θέμα 3 - 20 μονάδες.** Υπολογίστε την κρουστική απόκριση του συνολικού συστήματος του Σχήματος 2. Εξετάστε αν το συνολικό σύστημα είναι αιτιατό και ΦΕΦΕ ευσταθές.



Σχήμα 2: Το σύστημα του 3ου θέματος.

**Θέμα 4 - 25 μονάδες.** Μας δίνεται το σήμα:

$$x(t) = 3 + 2 \cos(2\pi t) - \sin(3\pi t - \pi/4) + 4 \cos(6\pi t + \pi/3).$$

(α) Είναι το σήμα περιοδικό; Ποια είναι η θεμελιώδης συχνότητα;

(β) Βρείτε την αναπαράσταση σε (εκθετική) σειρά Fourier του σήματος. Να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους και φάσης. Όλες οι τιμές της φάσης θα πρέπει να είναι στο διάστημα  $[-\pi, \pi]$ .

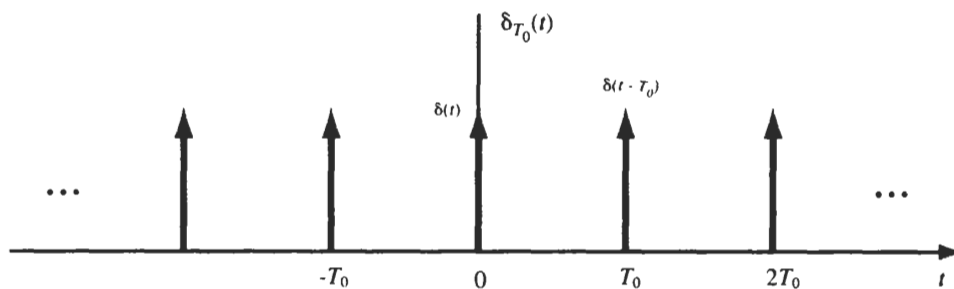
(γ) Υπολογίστε τη συνολική ισχύ του σήματος. Τι ποσοστό της ισχύος του σήματος βρίσκεται στη συχνότητα  $\omega = 6\pi$ ;

**Θέμα 5 - 25 μονάδες.**

(α) Στο Σχήμα 3 δίνεται ο περιοδικός συρμός κρουστικών συναρτήσεων (ώσεων) που ορίζεται ως:

$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_0).$$

Βρείτε την αναπαράσταση σε (εκθετική) σειρά Fourier του σήματος  $\delta_{T_0}(t)$ .

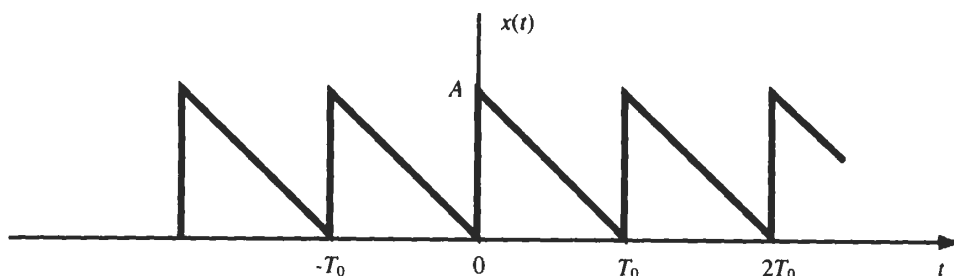


Σχήμα 3: Ο περιοδικός συρμός κρουστικών συναρτήσεων του θέματος 5(α).

(β) Θεωρείστε την πριονωτή κυματομορφή,  $x(t)$ , του Σχήματος 4.

(β1) Υπολογίστε και δώστε τη γραφική παράσταση της παραγώγου,  $x'(t)$ , του περιοδικού σήματος της πριονωτής κυματομορφής.

(β2) Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της παραγώγισης στο χρόνο των σειρών Fourier καθώς και το αποτέλεσμα του υποερωτήματος (α), υπολογίστε την αναπαράσταση σε (εκθετική) σειρά Fourier της πριονωτής κυματομορφής.



Σχήμα 4: Η πριονωτή κυματομορφή του θέματος 5(β).