

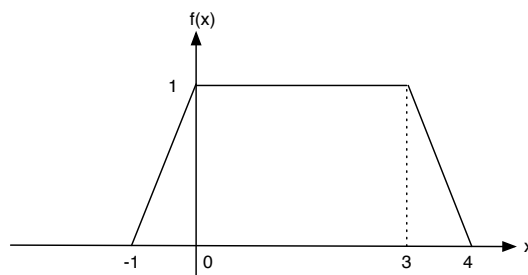
**Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών**  
**Θεωρία Πιθανοτήτων - Τελική Εξέταση**  
**Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης**  
**14 Σεπτεμβρίου 2013 - Διάρκεια: 3 Ώρες**

**Θέμα 1 - 25 μονάδες.** Έστω το σήμα  $f(x)$  που φαίνεται στο Σχήμα 1. Σας δίνεται ότι ο μετασχηματισμός Fourier (FT) του σήματος έχει την έκφραση:

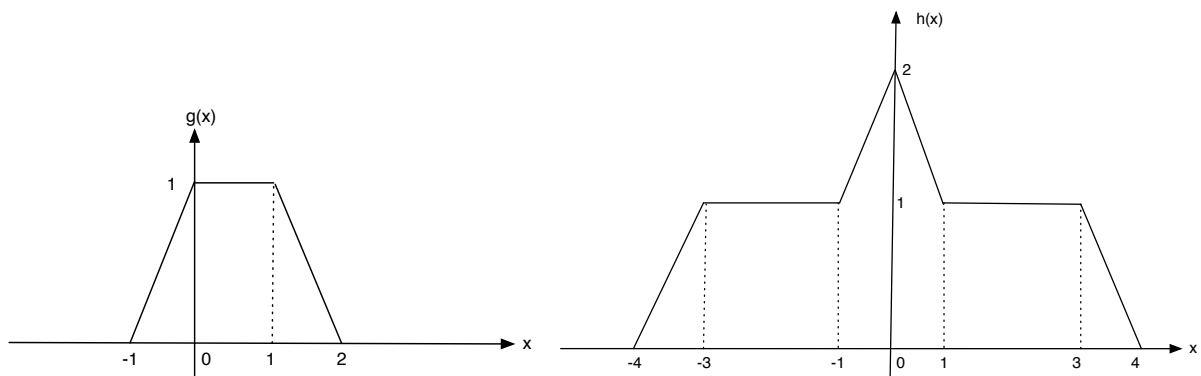
$$F(j\omega) = 4 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \cos\left(\frac{\omega}{2}\right) \cos(\omega) e^{-j\frac{3}{2}\omega}.$$

Αφού εκφράσετε τις συναρτήσεις  $g(x)$  και  $h(x)$  που φαίνονται στα σχήματα 2(α) και 2(β) μέσω της  $f(x)$ , να υπολογίσετε το μετασχηματισμό Fourier των  $g(x)$  και  $h(x)$ .

Βοήθεια: Χρησιμοποιήστε τις ιδιότητες του FT (γραμμικότητα, χρονική μετατόπιση, αντιστροφή στο χρόνο, κτλ).



Σχήμα 1: Η συνάρτηση  $f(x)$  του θέματος 1.



Σχήμα 2: Οι συναρτήσεις  $g(x)$  και  $h(x)$  του θέματος 1.

**Θέμα 2 - 25 μονάδες.** Η κρουστική απόκριση ενός γραμμικού χρονικά αμετάβλητου (ΓΧΑ) συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$h(t) = \delta(t - 3) - e^{-7(t-3)} u(t - 3).$$

**(α)** Υπολογίστε την απόκριση συχνότητας,  $H(j\omega)$ , του συστήματος και σχεδιάστε το τετράγωνο του μέτρου,  $|H(j\omega)|^2$ , ως συνάρτηση της συχνότητας  $\omega$ .

**(β)** Υπολογίστε την έξοδο του συστήματος όταν η είσοδος είναι η  $x(t) = 7 + 7 \cos(7t + 2\pi)$ .

**Θέμα 3 - 25 μονάδες.** Ένα ΓΧΑ σύστημα περιγράφεται από την παρακάτω διαφορική εξίσωση:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 8y(t) = 2x(t).$$

(α) Υπολογίστε την απόκριση συχνότητας,  $H(j\omega)$ , του συστήματος.

(β) Υπολογίστε την κρουστική απόκριση,  $h(t)$ , του συστήματος.

**Θέμα 4 - 25 μονάδες.** Έστω δύο *αιτιατά* ΓΧΑ συστήματα  $S_1$  και  $S_2$  των οποίων η λειτουργία εκφράζεται μέσα από τις διαφορικές εξισώσεις

$$S_1 : \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$$

$$S_2 : \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

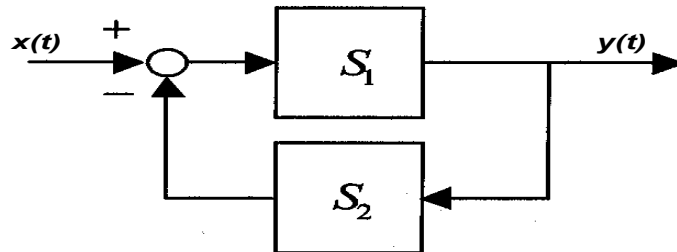
Θεωρήστε μηδενικές αρχικές συνθήκες.

(α) Υπολογίστε τη συνάρτηση μεταφοράς,  $H(s)$ , του συνολικού αιτιατού συστήματος με ανάδραση (closed loop) του Σχήματος 3 και περιγράψτε το πεδίο σύγκλισης. Είναι το σύστημα ευσταθές;

(β) Υπολογίστε την κρουστική απόκριση,  $h(t)$ , του συστήματος.

(γ) Υπολογίστε την έξοδο του συστήματος,  $y(t)$  αν στην είσοδο εφαρμόσουμε την βηματική συνάρτηση,  $x(t) = u(t)$ . Σχεδιάστε την έξοδο  $y(t)$ .

(δ) Είναι το αντίστροφο σύστημα ευσταθές και αιτιατό;



Σχήμα 3: Το σύστημα του θέματος 4.