ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-215: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς
Εαρινό Εξάμηνο 2013
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τέταρτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 26/04/2013 Ημερομηνία Παράδοσης: 16/05/2013

Άσκηση 1.
(α)

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{3}^{\infty} e^{-2t}e^{-j\omega t}dt = \int_{3}^{\infty} e^{-(2+j\omega)t}dt = \frac{1}{-(2+j\omega)}\left[e^{-(2+j\omega)t}\right]_3^{\infty} \\ &= \frac{1}{-(2+j\omega)}\left[(\lim_{t\to\infty} e^{-(2+j\omega)t} - e^{-6-3j\omega}\right] = \frac{e^{-6-3j\omega}}{2+j\omega} \end{aligned}$$

(β)

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|4|t}e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{0} e^{4t}e^{-j\omega t}dt + \int_{0}^{\infty} e^{-4t}e^{-j\omega t}dt \\ &= \frac{1}{4-j\omega}\left[e^{(4-j\omega)t}\right]_{-\infty}^{0} + \frac{1}{(-4-j\omega)}\left[e^{(-4-j\omega)t}\right]_{0}^{\infty} = \frac{8}{16+\omega^2} \end{aligned}$$

(γ)

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty} te^{-t}u(t)e^{-j\omega t} = \int_{0}^{\infty} te^{(-1-j\omega)t}dt \\ &= \left[\frac{e^{(-1-j\omega)t}}{(-1-j\omega)}\left(t - \frac{1}{(-1-j\omega)}\right)\right]_0^{\infty} = \frac{1}{(1+j\omega)^2} \end{aligned}$$

Παρατήρηση. Κατά παράγοντες ολοκλήρωση:

$$\int te^{at}dt = \int t(e^{at})' = \frac{1}{a}te^{at} - \frac{1}{a}\int t'e^{at}dt = \frac{1}{a}te^{at} - \frac{1}{a^2}e^{at} = \frac{1}{a}e^{at}\left(t - \frac{1}{a}\right),$$

όπου:

$$\lim_{t\to\infty} te^{\alpha t} \stackrel{\alpha<0}{=} \lim_{t\to\infty}\frac{t}{e^{-\alpha t}} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{t\to\infty}\frac{1}{-\alpha e^{-\alpha t}}.$$

Άσκηση 2.
(α)

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{j2\omega}+e^{-j2\omega}}{2}e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}e^{j(t+2)\omega}d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}e^{j(t-2)\omega}d\omega \\ &= \frac{sin(\frac{\pi}{4}(t+2))}{2\pi(t+2)} + \frac{sin(\frac{\pi}{4}(t-2))}{2\pi(t-2)} \end{aligned}$$

Για $t = 2, -2$ έχουμε απροσδιοριστία $\frac{0}{0}$ οπότε εφαρμόζουμε L'Hopital: $\lim_{t\to 0}\frac{sin(y)}{y} = \lim_{y\to 0}\frac{(sin(y)')}{y'} = \lim_{y\to 0} cos(y) = 1$.Επομένως έχουμε:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{sin(\frac{\pi}{4}(t+2))}{2\pi(t+2)} + \frac{sin(\frac{\pi}{4}(t-2))}{2\pi(t-2)} & t \neq 2, -2 \\ \frac{1}{8} & t = 2, -2 \end{cases}$$

(β)

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{-2\omega}e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{(jt-2)\omega}d\omega = \frac{1}{2\pi(2-jt)}$$

(γ)

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty e^{-2|\omega|}e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{-2\omega}e^{j\omega t}d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^0 e^{2\omega}e^{j\omega t}d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{(-2+jt)\omega}d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^0 e^{(2+jt)\omega}d\omega = \frac{2}{\pi(4+t^2)} \end{aligned}$$

(δ) Για το $X(j\omega)$ όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.1 της εκφώνησης έχουμε:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-2}^2 e^{-j2\omega}e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-2}^2 e^{j(t-2)\omega}d\omega = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{j(t-2)}\left[e^{j(t-2)\omega}\right]_{-2}^2 \\ &= \frac{sin(2(t-2))}{\pi(t-2)} \end{aligned}$$

Για $t = 2$ έχουμε απροσδιοριστία $\frac{0}{0}$ οπότε εφαρμόζουμε L'Hopital: $\lim_{t\to 0}\frac{sin(y)}{y} = \lim_{y\to 0}\frac{(sin(y)')}{y'} = cos(y)$. Επομένως έχουμε:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{sin(2(t-2))}{\pi(t-2)} & t \neq 2 \\ \frac{2}{\pi} & t = 2 \end{cases}$$

(ε) Για το $X(j\omega)$ όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2 της εκφώνησης έχουμε:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-3}^3 \frac{2}{3}j\omega e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\frac{2}{3}j\left[\frac{e^{j\omega t}}{jt}(\omega - \frac{1}{jt})\right]_{-3}^3 = \frac{1}{3\pi}\left(\frac{3e^{3jt}}{t} - \frac{e^{3jt}}{jt^2} + \frac{3e^{-3jt}}{t} + \frac{e^{-3jt}}{jt^2}\right) \\ &= 2\frac{cos(3t)}{\pi t} + 2\frac{sin(3t)}{3\pi t^2} \end{aligned}$$

Επομένως έχουμε:

$$x(t) = \begin{cases} 2\frac{cos(3t)}{\pi t} + 2\frac{sin(3t)}{3\pi t^2} & t \neq 0 \\ 0 & t = 0 \end{cases}$$

(στ) Για το $X(j\omega)$ όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3 της εκφώνησης έχουμε:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{j}{2\pi}\int_{-2}^0 e^{j\omega t} - \frac{j}{2\pi}\int_0^2 e^{j\omega t} = \frac{1}{2\pi t}\left(1 - e^{-j2t}\right) - \frac{1}{2\pi t}\left(e^{j2t} - 1\right) = \frac{1}{\pi t} - \left(\frac{e^{j2t} + e^{-j2t}}{2\pi t}\right) \\ &= \frac{1 - cos(2t)}{\pi t} \end{aligned}$$

Επομένως έχουμε:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{1-cos(2t)}{\pi t} & t \neq 0 \\ 0 & t = 0 \end{cases}$$

Άσκηση 3.
(α) Με χρήση της ιδιότητας : $x(\alpha t) \longleftrightarrow \frac{1}{|\alpha|} X\left(j\frac{\omega}{\alpha}\right)$
Έχουμε

$$x(-2t) \longleftrightarrow \frac{1}{2}X(\frac{-j\omega}{2}) = \frac{1}{2}\frac{4}{3+j(\frac{-\omega}{2})} = \frac{2}{3-\frac{\omega}{2}j}$$

(β) Με χρήση της ιδιότητας : $x(t-t_0) \longleftrightarrow X(j\omega)e^{j\omega t_0}$
Έχουμε

$$x(t-5) \longleftrightarrow X(j\omega)e^{-j5\omega} = \frac{4e^{-j5\omega}}{3+j\omega}$$

(γ) Με χρήση της ιδιότητας : $x(\alpha t-\beta) = x(\alpha(t-\frac{\beta}{\alpha})) \longleftrightarrow \frac{1}{|\alpha|}X\left(j\frac{\omega}{\alpha}\right)e^{-j\omega\frac{\beta}{\alpha}}$
Έχουμε

$$x(8t-2) = x(8(t-\frac{1}{4})) \longleftrightarrow \frac{1}{8}X(\frac{j\omega}{8})e^{-j\omega\frac{1}{4}} = \frac{1}{8}\frac{4}{3+\frac{j}{8}}e^{-j\omega\frac{\pi}{4}} = \frac{4}{24+j}e^{-j\omega\frac{\pi}{4}}$$

(δ) Με χρήση της ιδιότητας :$t^n x(t) \longleftrightarrow j^n\frac{d^{(n)}X(j\omega)}{d\omega^{(n)}}$
Έχουμε για $n=1$:

$$tx(t) \longleftrightarrow jX'(j\omega) = j\left(\frac{4}{3+j\omega}\right)' = j\left(\frac{-4(3+j\omega)}{(3+j\omega)^2}\right)' = -\frac{4j^2}{(3+j\omega)^2} = \frac{4}{(3+j\omega)^2}$$

(ε) Με χρήση της ιδιότητας :$e^{j\omega_0 t}x(t) \longleftarrow X(j(\omega-\omega_0))$
Έχουμε:

$$e^{j6t}x(t) \longleftrightarrow X(j(\omega-6)) = \frac{1}{3+j(\omega-6)}$$

(στ) Με χρήση της ιδιότητας : $\frac{d^n x(t)}{dt^n} \longleftrightarrow (j\omega)^n X(j\omega)$
Έχουμε για $n=1$:

$$\frac{dx(t)}{dt} \longleftrightarrow j\omega X(j\omega) = j\omega\frac{4}{3+j\omega}$$

(ζ)Έστω ότι $y(t) = e^{-3|t|}sin(2t)$ με χρήση των ιδιοτήτων έχουμε:

$$y(t) = e^{-3|t|}sin(2t) \leftrightarrow Y(\omega) = \frac{1}{2\pi}F\left\{e^{-3|t|}\right\} * F\left\{sin(2t)\right\}$$

Επομένως:

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= \frac{1}{2\pi}F\left\{e^{-3|t|}\right\} * F\left\{sin(2t)\right\} = \frac{1}{2\pi}\frac{6}{(9+\omega^2)} * \left(\frac{\pi}{j}\delta(\omega-2) - \frac{\pi}{j}\delta(\omega+2)\right) = \\ &= \frac{3}{j(9+(\omega-2)^2)} - \frac{3}{j(9-(\omega+2)^2)} \end{aligned}$$

Άσκηση 4.
Γνωρίζουμε ότι :

$$rect\left(\frac{t}{T}\right) \longleftrightarrow Tsinc(\frac{\omega T}{2\pi})$$

Από το θεώρημα δυϊκότητας έχουμε:

$$\begin{aligned} X(t) &\leftrightarrow 2\pi x(-\omega) \\ Tsin(\frac{tT}{2\pi}) &\leftrightarrow 2\pi rect(\frac{-\omega}{T}) \rightarrow \\ Tsinc(\frac{tT}{2\pi}) &\leftrightarrow 2\pi rect(\frac{\omega}{T}), \text{θέτω} \frac{T}{2\pi} = k \\ Tsinc(kt) &\leftrightarrow 2\pi rect(\frac{\omega}{T}) \rightarrow \\ sinc(kt) &\leftrightarrow \frac{1}{k}rect(\frac{\omega}{T}) \end{aligned}$$

Από Parseval έχουμε:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \longleftrightarrow \\ \int_{-\infty}^{\infty} sinc^2(kt)dt &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |\frac{1}{k}rect(\frac{\omega}{k})|^2 d\omega = \\ \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\left(\frac{1}{k}\right)^2 d\omega &= \frac{1}{2\pi}\frac{1}{k^2}\left[\omega\right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} = \\ \frac{T}{2\pi k^2} &= \frac{2\pi k}{2\pi k^2} = \frac{1}{k} \end{aligned}$$

Άσκηση 5.

(α) Είναι :

$$\begin{aligned}
F\{f(t)\} &= F\left\{e^{-\alpha|t|}f(t)\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha|t|}\frac{t}{|t|}e^{-j\omega t}dt = \\
&= \int_{-\infty}^{0} e^{\alpha t}\frac{t}{-t}e^{-j\omega t}dt + \int_{0}^{\infty} e^{-\alpha t}\frac{t}{t}e^{-j\omega t}dt = \\
&= -\int_{-\infty}^{0} e^{\alpha t}e^{-j\omega t}dt + \int_{0}^{\infty} e^{-\alpha t}e^{-j\omega t}dt = \\
&= -\int_{-\infty}^{0} e^{(\alpha - j\omega)t}dt + \int_{0}^{\infty} e^{-(\alpha + j\omega)t}dt = \\
&= -\frac{1}{\alpha - j\omega}\left[e^{(\alpha-j\omega)t}\right]_{-\infty}^{0} + \frac{1}{-(\alpha+j\omega)}\left[e^{-(\alpha+j\omega)t}\right]_{0}^{\infty} = \\
&= -\frac{1}{\alpha - j\omega}\left(1 - \lim_{t\to-\infty} e^{(\alpha-j\omega)t}\right) - \frac{1}{\alpha+j\omega}\left(\lim_{t\to\infty} e^{-(\alpha+j\omega)t} - 1\right) = \\
&= -\frac{1}{\alpha - j\omega} + \frac{1}{\alpha+j\omega} = -\frac{2j\omega}{\alpha^2+\omega^2}
\end{aligned}$$

(β) Είναι:

$$\begin{aligned}
F(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)(cos(\omega t) + jsin(\omega t))dt = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} jf(t)sin(\omega t)dt = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + j\int_{-\infty}^{\infty} f(t)sin(\omega t)dt
\end{aligned}$$

• Αν η συνάρτηση είναι άρτια, δηλαδή $f(t) = f(-t)$ τότε έχουμε:

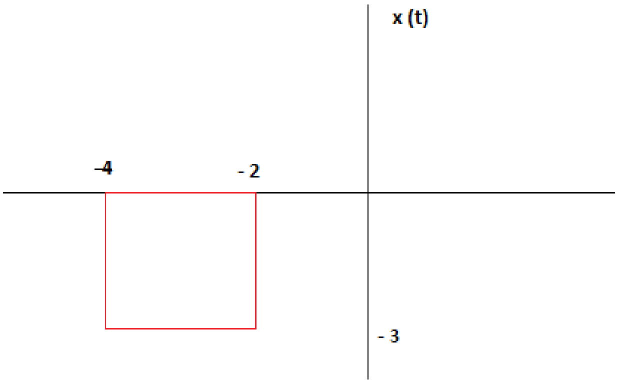
$$\begin{aligned}
F(j\omega) &= \int_{-\infty}^{0} f(t)cos(\omega t)dt + \int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + j\int_{-\infty}^{0} f(t)sin(\omega t)dt + j\int_{0}^{\infty} f(t)sin(\omega t)dt = \\
&= \int_{0}^{\infty} f(-t)cos(-\omega t)dt + \int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + j\int_{0}^{\infty} f(-t)sin(-\omega t)dt + j\int_{0}^{\infty} f(t)sin(\omega t)dt = \\
&= \int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + \int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt - j\int_{0}^{\infty} f(t)sin(\omega t) + j\int_{0}^{\infty} f(t)sin(\omega t) = \\
&= 2\int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt \rightarrow \textbf{πραγματικό}
\end{aligned}$$

• Αν η συνάρτηση είναι περιττή, δηλαδή $f(t) = -f(-t)$ τότε έχουμε:

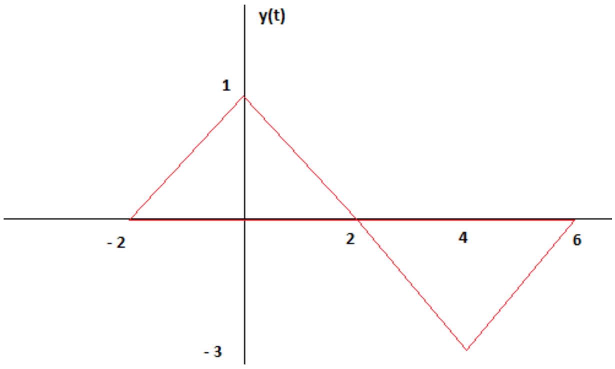
$$\begin{aligned}
F(j\omega) &= \int_{-\infty}^{0} f(t)cos(\omega t)dt + \int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + j\int_{-\infty}^{\infty} f(t)sin(\omega t)dt = \\
&= \int_{0}^{\infty} -f(-t)cos(\omega t)dt + \int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + j\int_{-\infty}^{\infty} f(t)sin(\omega t)dt = \\
&= -\int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + \int_{0}^{\infty} f(t)cos(\omega t)dt + j\int_{-\infty}^{\infty} f(t)sin(\omega t)dt = \\
&= j\int_{-\infty}^{\infty} f(t)sin(\omega t)dt \rightarrow \textbf{φανταστικό}
\end{aligned}$$

(γ) Αν η συνάρτηση είναι περιττή τότε ο Μετασχηματισμός Fourier είναι φανταστικός.

Άσκηση 6.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

(α)

(i)

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{-4}^{-2} -3e^{-j\omega t}dt = \left[\frac{3}{-j\omega}e^{j\omega t}\right]_{-2}^{-4} = \frac{3}{-j\omega}(e^{2j\omega} - e^{4j\omega})$$

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{-2}^{0}\left(\frac{1}{2}t+1\right)e^{-j\omega t}dt + \int_{0}^{4}\left(-\frac{1}{2}t+1\right)e^{-j\omega t}dt + \int_{4}^{6}\left(-\frac{1}{2}t-3\right)e^{-j\omega t}dt = \\ &= \int_{-2}^{0}\frac{1}{2}e^{-j\omega t}dt + \int_{-2}^{0}e^{-j\omega t}dt + \int_{0}^{4} -\frac{1}{2}te^{-j\omega t}dt + \int_{0}^{4}e^{-j\omega t} + \int_{4}^{6}\frac{1}{2}te^{-j\omega t}dt + \int_{4}^{6} -3e^{-j\omega t}dt = \\ &= \frac{1+2j\omega e^{j2\omega} - e^{j2\omega}}{2\omega^2} + \frac{e^{2j\omega}-1}{j\omega} + \frac{4j\omega e^{-4j\omega} + e^{-4j\omega} - 1}{2(j\omega)^2} + \frac{1-e^{-4j\omega}}{j\omega} \\ &+ \frac{-6j\omega e^{-6j\omega} - e^{-6j\omega} + 4j\omega e^{-4j\omega} - e^{-4j\omega}}{2(j\omega)^2} + \frac{-3e^{-6j\omega} + 3e^{-4j\omega}}{-j\omega} \end{aligned}$$

Όπου για τον υπολογισμό χρησιμοποιούμε κατά παράγοντες ολοκλήρωση:
$\int te^{at}dt = \int t(e^{at})' = \frac{1}{a}te^{at} - \frac{1}{a}\int t'e^{at}dt = \frac{1}{a}te^{at} - \frac{1}{a^2}e^{at} = \frac{1}{a}e^{at}\left(t - \frac{1}{a}\right)$

(ii)

Γνωρίζουμε ότι:

$$x(t) = Arect(\frac{t}{T}) \leftrightarrow X(\omega) = ATsinc(\frac{\omega T}{2\pi})$$
$$y(t) = Atri(\frac{t}{T}) \leftrightarrow Y(\omega) = ATsinc^2(\frac{\omega T}{2\pi})$$

Επομένως,ο Μετασχηματισμος Fourier του $x(t) = -3rect(\frac{t+3}{2})$ εφαρμόζοντας την ιδιότητα της μετατόπισης $x(t-t_0) \leftrightarrow X(j\omega)e^{-j\omega t_0}$ θα είναι:

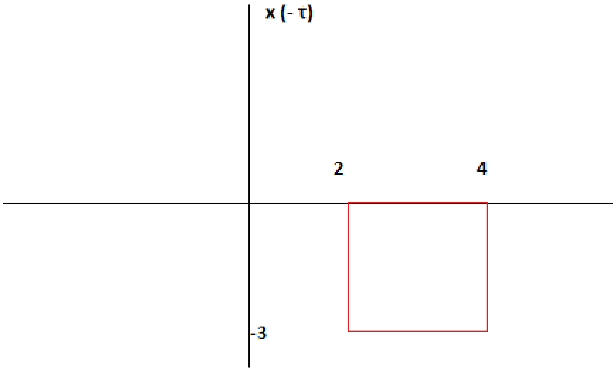
$X(\omega) = ATsinc(\frac{\omega T}{2\pi})e^{-j\omega t_0} = -3sinc(\frac{\omega}{2\pi})e^{-(-3)j\omega}$

Και για το $y(t)$ εφαρμόζοντας τις ιδιότητες της μετατόπισης και γραμμικότητας, ο Μετασχηματισμος Fourier θα είναι:

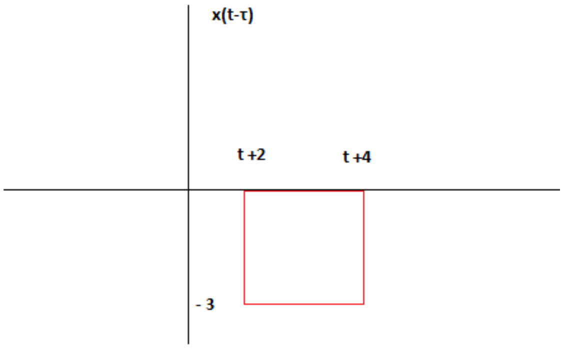
$$
\begin{aligned}
Y(\omega) &= F\left\{Atri(\frac{t}{T})\right\} + F\left\{Atri(\frac{t-4}{T})\right\} = ATsinc^2(\frac{\omega T}{2\pi}) + ATsinc^2(\frac{\omega T}{2\pi})e^{-j4\omega} \\
&= 2sinc^2(\frac{2\omega}{2\pi}) - 2sinc^2(\frac{2\omega}{2\pi})e^{-j4\omega}
\end{aligned}
$$

(β)

Ανακλώ και μετατοπίζω το πιο εύκολο σήμα, στην περίπτωση μας το $x(t)$ όπως φαίνεται στα Σχήματα (3),(4).

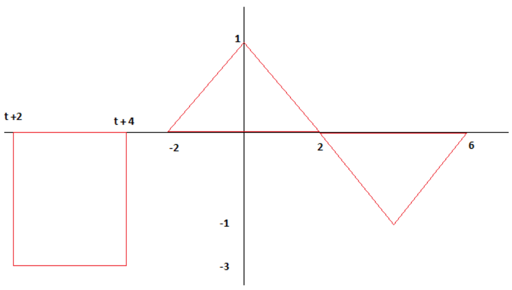


Σχήμα 3



Σχήμα 4

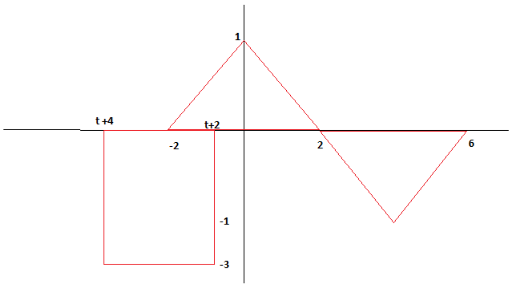
Περίπτωση 1^η:
Όπως φαίνεται στο Σχήμα (5). Έχουμε:
$t + 4 \leq -2 \leftarrow t \leq -6$
$C_{xy} = 0$



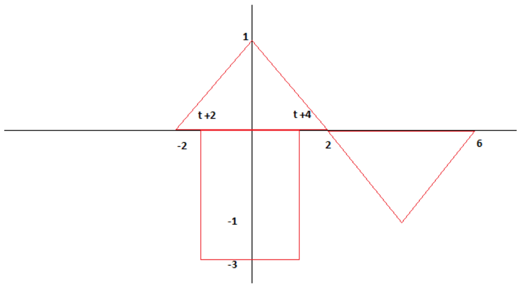
Σχήμα 5

Περίπτωση 2^η:
Όπως φαίνεται στο Σχήμα (6). Έχουμε:
$-2 < t + 4 \leq 0 \leftarrow -6 < t \leq -4$
$C_{xy} = \int_{-2}^{t+4} (-3)\frac{1}{2}(\tau + 1)d\tau$

Περίπτωση 3^η:
Όπως φαίνεται στο Σχήμα (7). Έχουμε:
$0 < t + 4 \leq 2 \leftarrow -4 < t \leq -2$
$C_{xy} = \int_{t+2}^{0} -3\left(\frac{1}{2}\tau + 1\right) d\tau + \int_{0}^{t+4} -3\left(-\frac{1}{2}\tau + 1\right) d\tau$

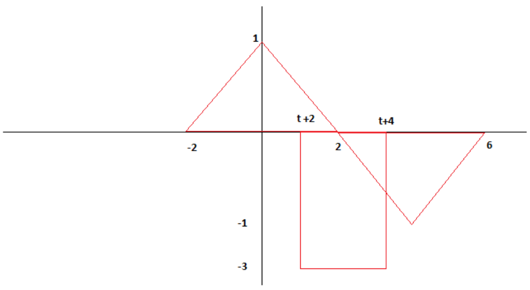


Σχήμα 6



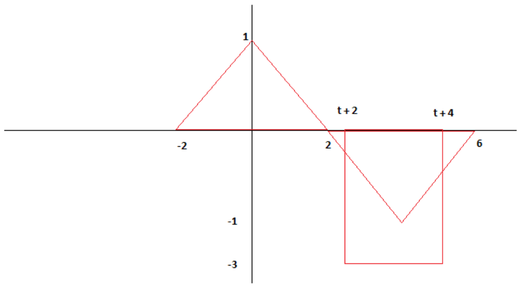
Σχήμα 7

Περίπτωση 4^{η}:
Όπως φαίνεται στο Σχήμα (8). Έχουμε:
$2 < t+4 \leq 4 \leftarrow -2 < t \leq 0$
$C_{xy} = \int_{t+2}^{t+4} -3\left(-\frac{1}{2}\tau + 1\right) d\tau$



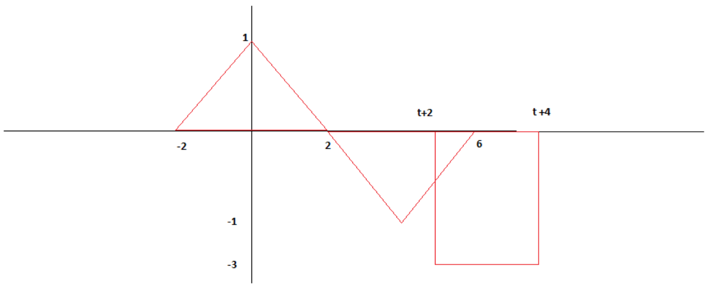
Σχήμα 8

Περίπτωση 5^{η}:
Όπως φαίνεται στο Σχήμα (9). Έχουμε:
$4 < t+4 \leq 6 \leftarrow 0 < t \leq 2$
$C_{xy} = \int_{t+2}^{4} -3\left(-\frac{1}{2}\tau + 1\right) d\tau + \int_{4}^{t+4} -3\left(\frac{1}{2}\tau - 3\right) d\tau$



Σχήμα 9

Περίπτωση 6^{η}:
Όπως φαίνεται στο Σχήμα (10). Έχουμε:
$t+4>6$ και $t+2\leq 6$ τελικά $2<t\leq 4$.
$C_{xy}=\int_{t+2}^{6}-3\left(\frac{1}{2}\tau-3\right)d\tau$



Σχήμα 10

Περίπτωση 7^{η}:
Για $t>4\rightarrow C_{xy}=0$

Άσκηση 7. Matlab

```
[sn, fs] = wavread('sample_noise.wav'); % Read the signal
segment = sn(10001:10480); % Extract 30 msec (== 480 samples)
df = 1; % 1 Hz analysis step
dt = 1/fs; % Time step (0.00625 sec)
f = 0 : df : fs/2; % Frequency vector in Hz
omega = 2*pi*f; % Frequency vector in rad/sec
t = 0 : dt : length(segment)*dt - dt; % Time vector
X = ctft(segment, t, omega); % Call the Fourier Transform
Amps = [ 0.004513 0.00547 0.004254 0.005325 ...
   0.005227 0.004935 0.00484 0.006023 ...
   0.004823 0.00490 0.004528 0.004586 ...
   0.004712 0.005851 0.004821 0.004651 ...
   0.004782 0.005362 0.004448]; % Amplitudes
Omega = 2*pi*(6100:100:7900)'; % Frequencies
t = 0 : dt : length(sn)*dt - dt; % Time vector
noise_est = sumofsines(Omega, Amps, t); % Estimate the noise
recover = sn - noise_est; % Remove noise from signal
soundsc(recover, fs); % Listen!!
soundsc(s, fs); % Listen to the original to compare
```