

ΗΥ-215: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς
Εαρινό Εξάμηνο 2013
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 02/04/2013

Ημερομηνία Παράδοσης: 16/04/2013

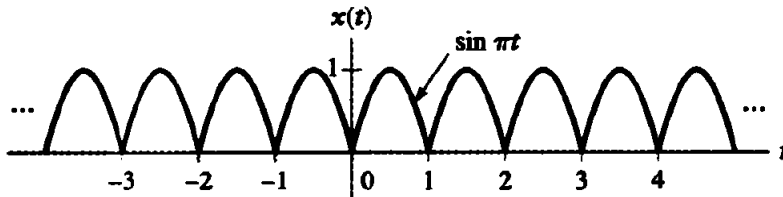
Άσκηση 1. Βρείτε την αναπαράσταση σε σειρά Fourier των παρακάτω σημάτων. Έπειτα χρησιμοποιήστε το MATLAB για να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους και φάσης για κάθε ερώτημα.

(α) $x(t) = \sin(3\pi t) + \cos(4\pi t)$

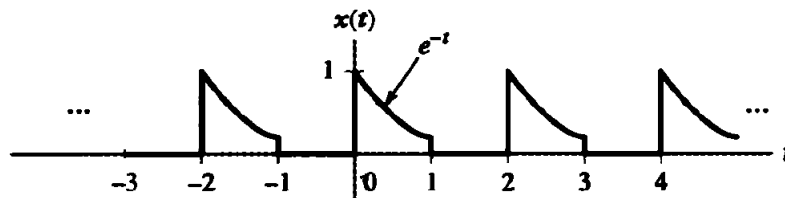
(β) $x(t)$ όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.1

(γ) $x(t)$ όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2

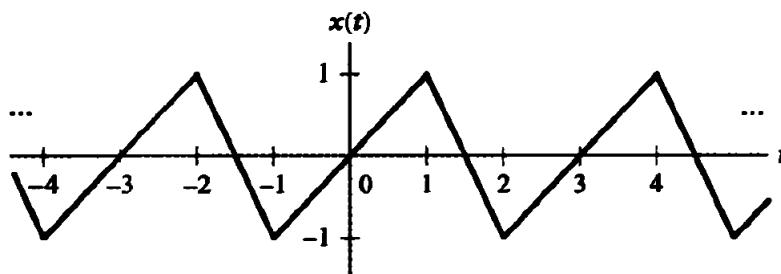
(δ) $x(t)$ όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3



Σχήμα 1.1



Σχήμα 1.2



Σχήμα 1.3

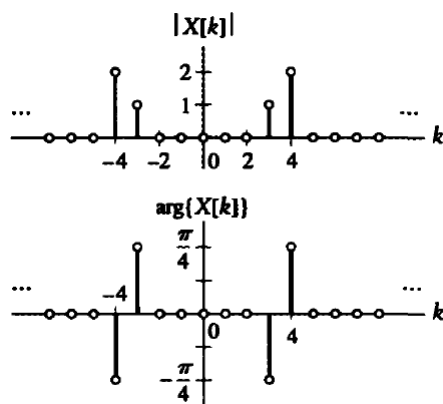
Άσκηση 2. Για τα σήματα που έχουν τους παρακάτω συντελεστές Fourier, υπολογίστε την αναπαράστασή τους στο πεδίο του χρόνου:

(α) $X[k] = j\delta[k - 1] - j\delta[k + 1] + \delta[k - 3] + \delta[k + 3]$, $\omega_0 = 2\pi$

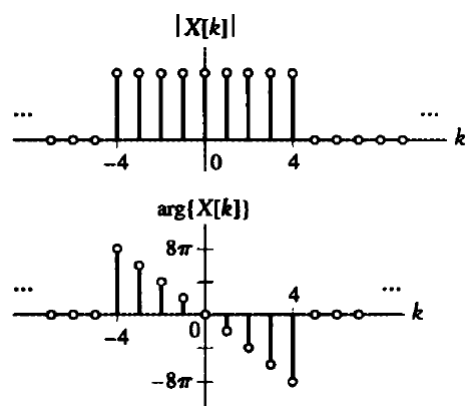
(β) $X[k] = \left(\frac{-1}{3}\right)^{|k|}$, $\omega_0 = 1$

(γ) $X[k]$ όπως φαίνονται στο Σχήμα 2.1 και $\omega_0 = \pi$

(δ) $X[k]$ όπως φαίνονται στο Σχήμα 2.2 και $\omega_0 = 2\pi$



Σχήμα 2.1



Σχήμα 2.2

Άσκηση 3. Ένα περιοδικό σήμα $x(t)$ έχει συντελεστές Fourier $X[k] = -k2^{-|k|}$ και $\omega_0 = \pi$. Χωρίς να υπολογίσετε το $x(t)$ βρείτε την αναπαράσταση σε σειρά Fourier (τα $Y[k]$ και ω_0) των παρακάτω σημάτων:

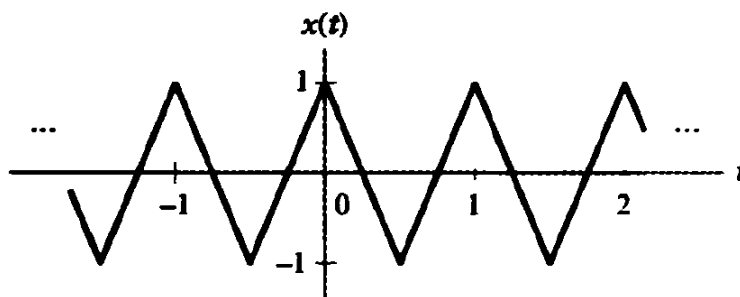
(α) $y(t) = x(3t)$

(β) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

(γ) $y(t) = x(t - 1)$

(δ) $y(t) = \cos(4\pi t)x(t)$

(ε) $y(t) = x(t) \star x(t - 1)$



Σχήμα 5.1

Άσκηση 4. Ένα σήμα με θεμελιώδη περίοδο T λέγεται ότι έχει ‘συμμετρία μισού κύματος’ αν ικανοποιεί τη σχέση $x(t) = -x(t - \frac{T}{2})$. Αυτό σημαίνει ότι το μισό της μιας περιόδου του σήματος είναι το αρνητικό του άλλου μισού. Δείξτε ότι οι συντελεστές σειράς Fourier που αντιστοιχούν στις άρτιες αρμονικές, $X[2k]$, είναι μηδέν για τα σήματα με μισού-κύματος συμμετρία.

Άσκηση 5. Έστω ένα αιτιατό ΓΧΑ σύστημα, που η είσοδος και η έξοδος συνδέονται από την παρακάτω διαφορική εξίσωση:

$$\frac{d}{dt}y(t) + 4y(t) = x(t)$$

Βρείτε την αναπαράσταση σε σειρά Fourier της εξόδου $y(t)$ για κάθε ένα από τα παρακάτω σήματα εισόδου:

(α) $x(t) = \cos(2\pi t)$

(β) $x(t) = \sin(4\pi t) + \cos(6\pi t + \pi/4)$

Άσκηση 6. Έστω ότι το σήμα $x(t)$ είναι ο τριγωνικός παλμός που φαίνεται στο Σχήμα 5.1.

(α) Βρείτε τους συντελεστές της σειράς Fourier $X[k]$

(β) Δείξτε ότι οι συντελεστές της σειράς Fourier μπορούν να εκφραστούν στη μορφή

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} B[k] \cos(k\omega_0 t)$$

(γ) Ορίζουμε την προσέγγιση μερικού αθροίσματος του $x(t)$ με J όρους ως:

$$\hat{x}_J(t) = \sum_{k=0}^J B[k] \cos(k\omega_0 t)$$

Χρησιμοποιήστε το MATLAB για να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε (σε χρόνο μιας περιόδου) τον J -στό όρο του αθροίσματος καθώς και το $\hat{x}_J(t)$ για $J = 1, 3, 7, 29, 99$. Γράψτε τις παρατηρήσεις σας.