

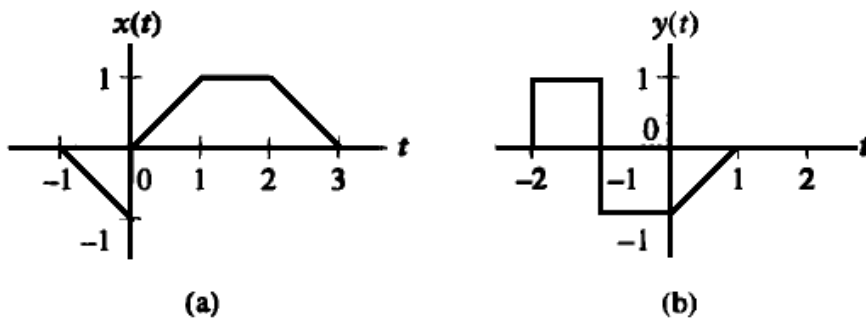
HY-215: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς
Εαρινό Εξάμηνο 2013
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 12/03/2013

Ημερομηνία Παράδοσης: 26/03/2013

Άσκηση 1. Για τα σήματα $x(t)$ και $y(t)$ που απεικονίζονται στο Σχήμα 1,



Σχήμα 1: Τα σήματα $x(t)$ και $y(t)$ της Άσκησης 1.

(α) Να βρεθεί η ολική ενέργεια των δύο σημάτων.

(β) Να σχεδιαστούν τα παρακάτω σήματα:

(α) $x(t)y(t-1)$

(β) $x(t)y(-1-t)$

(γ) $x(t+1)y(t-2)$

(δ) $x(2t)y(\frac{1}{2}t+1)$

Άσκηση 2. Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω σήματα είναι περιοδικά. Για τα σήματα που είναι περιοδικά, να βρείτε την περίοδο τους. Να σχεδιάσετε τα σήματα στο Matlab.

(α) $x(n) = \cos(\frac{8}{15}\pi n)$

(β) $x(t) = \cos(2t) + \sin(3t)$

(γ) $x(t) = \cos(t)u(t)$

(δ) $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-3k] + \delta[n-k^2]$

(ε) $x(n) = \cos(\frac{1}{5}\pi n)\sin(\frac{1}{3}\pi n)$

(στ) $x(t) = v(t) + v(-t)$,

όπου $v(t) = \sin(t)u(t)$

Άσκηση 3. Να εξετάσετε αν τα παρακάτω συστήματα είναι (i) δυναμικά, (ii) ευσταθή, (iii) αιτιατά, (iv) γραμμικά και (v) χρονικά αμετάβλητα.

(α) $y(t) = \cos(x(t))$

(β) $y(t) = x(2-t)$

(γ) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

(δ) $y(t) = \frac{d}{dt}(e^{-t}x(t))$

(στ) $y(n) = \sum_{k=-\infty}^n x[k+2]$

(ε) $y(n) = \cos[2\pi(n+1)x(n)] + x(n)$

Άσκηση 4. Για τα παρακάτω σήματα $x(t)$ και $y(t)$,

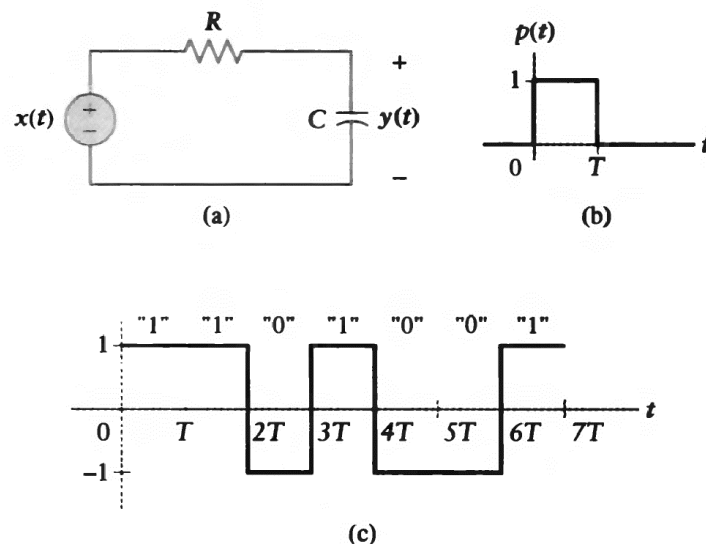
- (α) Να βρείτε την συνέλιξη των σημάτων $x(t)$ και $y(t)$
 (β) Να επιβεβαιώσετε τα αποτελέσματα στο Matlab

(i) $x(t) = tu(t)$, $y(t) = u(t - 1) - u(t - 3)$

(ii) $x(t) = \cos t$, $y(t) = u(t) - u(t - 5)$

(iii) $x(t) = u(t)$, $y(t) = (e^{-t} + \cos t)u(t)$

Άσκηση 5. Μοντελοποιούμε ένα τηλεπικοινωνιακό κανάλι με το κύκλωμα RC το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 2(a). Το σήμα εισόδου $x(t)$ είναι το εκπεμπόμενο σήμα από τον πομπό, ενώ το σήμα εξόδου, $y(t)$, αναπαριστά το λαμβανόμενο σήμα στο δέκτη. Ένα μήνυμα αναπαρίσταται σε δυαδική μορφή, ως μία ακολουθία από "0" και "1". Το σύμβολο "1" μεταδίδεται σε ένα χρονικό διάστημα διάρκειας T χρησιμοποιώντας τον τετραγωνικό παλμό, $p(t)$, του Σχήματος 2(b), ενώ το σύμβολο "0" μεταδίδεται χρησιμοποιώντας τον τετραγωνικό παλμό, $-p(t)$. Στο Σχήμα 2(c) φαίνεται η κυματομορφή που χρησιμοποιούμε (και η οποία αποτελεί επομένως την είσοδο του καναλιού) όταν θέλουμε να μεταδώσουμε την ακολουθία "1101001".



Σχήμα 2: Το μοντέλο του τηλεπικοινωνιακού καναλιού της Άσκησης 5.

(α) Υπολογίστε την κρουστική απόκριση, $h(t)$, του καναλιού.

(β) Χρησιμοποιείστε την πράξη της συνέλιξης για να υπολογίσετε το λαμβανόμενο σήμα που οφείλεται στη μετάδοση ενός "1" τη χρονική στιγμή $t = 0$. Δώστε τη γραφική παράσταση του λαμβανόμενου σήματος και παρατηρήστε ότι η λαμβανόμενη κυματομορφή εκτείνεται χρονικά πέρα από το διάστημα $[0, T]$ και συγκεκριμένα και μέσα στο διάστημα $[T, 2T]$, που αντιστοιχεί στο επόμενο σύμβολο. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται *διασυμβολική παρεμβολή* (intersymbol interference, ISI) και αποτελεί ένα από τα σημαντικά προβλήματα στις τηλεπικοινωνίες. Υποθέστε ότι $T = \frac{1}{RC}$.

(γ) Χρησιμοποιείστε την πράξη της συνέλιξης για να υπολογίσετε το λαμβανόμενο σήμα που οφείλεται στη μετάδοση των ακολουθιών "1110" και "1000". Δώστε τις γραφικές παραστάσεις των λαμβανόμενων σημάτων και συγκρίνετέ τις με το σήμα λήψης αν το κανάλι μας ήταν ιδεατό, δηλαδή αν $h(t) = \delta(t)$. Μελετήστε το αποτέλεσμα του ISI για τις ακόλουθες 3 επιλογές: (i) $RC = \frac{1}{T}$, (ii) $RC = \frac{5}{T}$ και (iii) $RC = \frac{1}{5T}$. Τι παρατηρείτε;