Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς

Διδάσκων: Α. Μουχτάρης

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς- 4η Σειρά Ασκήσεων 17/05/2012

Ημερομηνία Ανάθεσης 17/05/2012 – Ημερομηνία Παράδοσης 24/05/2012

Άσκηση 1.

Υπολογίστε τον μετασχηματισμό Laplace, (LT) και καθορίστε την περιοχή σύγκλισης (Range Of Convergence (ROC)) των σημάτων που ακολουθούν. Επίσης σχεδιάστε τους πόλους και τα μηδενικά του κάθε LT στο μιγαδικό επίπεδο.

(i) $x(t) = e^{-4t}u(t) + e^{-5t}(\sin 5t)u(t)$

(ii) $x(t) = e^{2t}u(-t) + e^{3t}u(-t)$

(iii) $x(t) = |t|e^{-2|t|}$

(iv) $x(t) = \delta(3t) + u(3t)$

Άσκηση 2.

Δίνονται οι παρακάτω μετασχηματισμοί Laplace και οι περιοχές σύγκλισης αυτών. Βρείτε τα αντίστοιχα σήματα στο πεδίο του χρόνου, $x(t)$.

(α΄) $X(s) = \frac{s+2}{s^2+7s+12}, \qquad -4 < Re\{s\} < -3$

(β΄) $X(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+6}, \qquad -3 < Re\{s\} < -2$

(γ΄) $X(s) = \frac{(s+1)^2}{s^2-s+1}, \qquad Re\{s\} > \frac{1}{2}$

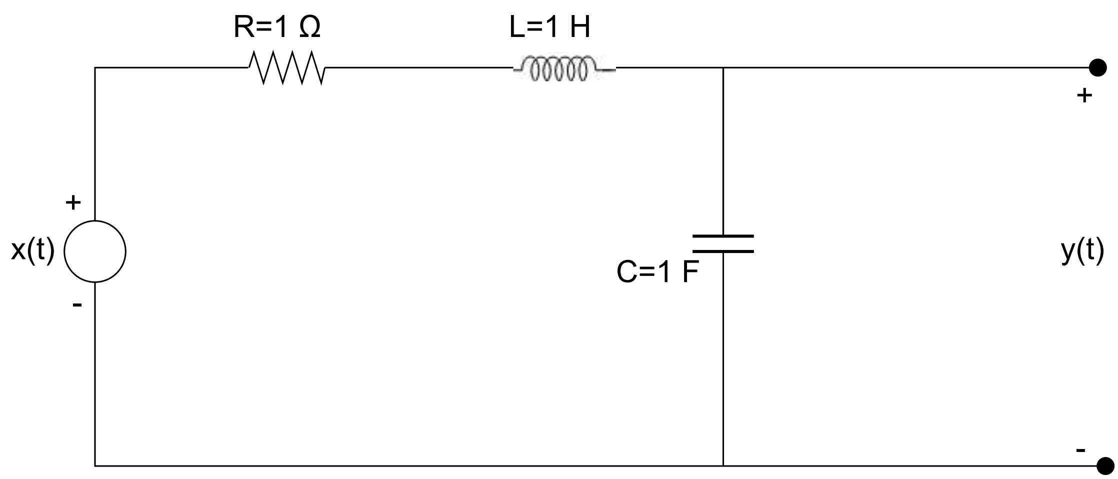
(δ΄) $X(s) = \frac{s^2-s+1}{(s+1)^2}, \qquad Re\{s\} > -1$

Άσκηση 3.

Δίνεται το αιτιατό ΓΧΑ σύστημα που περιγράφεται από το RLC κύκλωμα στο Σχήμα 1.

(α΄) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ του συστήματος και προσδιορίστε την περιοχή σύγκλισής της. Για την απάντησή σας λάβετε υπόψιν ότι το σύστημα είναι αιτιατό και ευσταθές.

(β΄) Επαναλάβετε το ερώτημα (α΄) αν η τιμή της αντίστασης γίνει $R = 10^{-3}$ Ω.



Σχήμα 1

Άσκηση 4. Δίνεται ένα πραγματικό σήμα $x(t)$ με μετασχηματισμό Laplace $X(s)$. Για τα $x(t)$ και $X(s)$ ισχύουν τα παρακάτω:

(i) Το $X(s)$ έχει ακριβώς 2 πόλους.

(ii) Το $X(s)$ δεν έχει κανένα πεπερασμένο μηδενικό.

(iii) Το $X(s)$ έχει έναν πόλο στο $s = -1 + j$

(iv) Το $e^{2t}x(t)$ δεν είναι απολύτως ολοκληρώσιμο.

(v) $X(0) = 8$.

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω στοιχεία βρείτε το $X(s)$ και ορίστε την περιοχή σύγκλισής του.

Άσκηση 5.

Έστω ένα σύστημα S που χαρακτηρίζεται από την διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\mathrm{d}^3y(t)}{\mathrm{d}t^3} + 6\frac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2} + 11\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + 6y(t) = x(t)$$

(α΄) Βρείτε την απόκριση όταν το σύστημα βρίσκεται σε αρχική κατάσταση ηρεμίας (μηδενικές αρχικές συνθήκες) για είσοδο $x(t) = e^{-4t}u(t)$.

(β΄) Βρείτε την απόκριση του συστήματος σε μηδενική είσοδο για $t > 0^-$, δεδομένου ότι:

$$y(0^-) = 1, \qquad \left.\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^-} = -1 \qquad \left.\frac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=0^-} = 1$$

(γ΄) Βρείτε την απόκριση του συστήματος για είσοδο ίση με $x(t) = e^{-4t}u(t)$ και για αρχικές συνθήκες όπως στο ερώτημα (β΄)