

Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς

Διδάσκων: Α. Μουχτάρης

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς- 2η Σειρά Ασκήσεων 30/03/2012

Ημερομηνία Ανάθεσης 30/03/2012 - Ημερομηνία Παράδοσης 24/04/2012

Άσκηση 1.

1. Για το περιοδικό σήμα

$$x(t) = 2 + \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 4 \sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$$

βρείτε την θεμελιώδη συχνότητα και τους συντελεστές της σειράς Fourier, έτσι ώστε

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{j2\pi k f_0 t}$$

2. Υπολογίστε τους συντελεστές της σειράς Fourier για το περιοδικό σήμα $x(t)$, με θεμελιώδη συχνότητα

$$f_0 = \frac{1}{2}$$

$$x(t) = \begin{cases} 1.5, & 0 \leq t < 1 \\ -1.5, & 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

Άσκηση 2

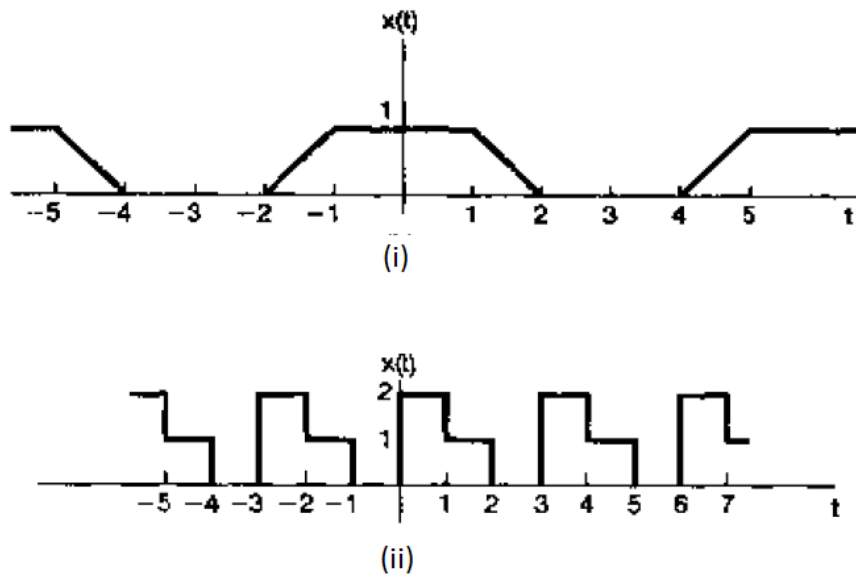
Το $x(t)$ είναι περιοδικό με θεμελιώδη περίοδο $T = 2$ και συντελεστές σειράς Fourier X_k

$$x(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 1 \\ 2 - t, & 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

- (i) Βρείτε την τιμή του X_0
- (ii) Βρείτε την αναπαράσταση σε σειρά Fourier του σήματος $dx(t)/dt$
- (iii) Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα του ερωτήματος (ii) και ιδιότητες των σειρών Fourier, βρείτε τους συντελεστές σειράς Fourier του $x(t)$

Άσκηση 3

Για τα περιοδικά σήματα του Σχήματος 1, βρείτε την αναπαράστασή τους σε σειρά Fourier



Σχήμα 1

Άσκηση 4

Δίνονται τα παρακάτω σήματα, με θεμελιώδη περίοδο $T = \frac{1}{2}$:

$$x(t) = \cos(4\pi t)$$

$$y(t) = \sin(4\pi t)$$

$$z(t) = x(t)y(t)$$

- (i) Βρείτε τους συντελεστές σειράς Fourier του $x(t)$
- (ii) Βρείτε τους συντελεστές σειράς Fourier του $y(t)$
- (iii) Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του ερωτήματων (i) και (ii) και ιδιότητες των σειρών Fourier, βρείτε τους συντελεστές σειράς Fourier του $z(t)$
- (iv) Βρείτε τους συντελεστές σειράς Fourier του $z(t)$ χρησιμοποιώντας τον ορισμό και αναπτύσσοντας το $z(t)$ σε τριγωνομετρική μορφή. Συγκρίνετε το αποτέλεσμα με αυτό του ερωτήματος (iii)

Άσκηση 5

Έστω $x(t)$ ένα περιοδικό σήμα με συντελεστές σειράς Fourier

$$X_k = \begin{cases} 2, & k = 0 \\ j \left(\frac{1}{2}\right)^{|k|}, & k \neq 0 \end{cases}$$

- (i) Είναι το $x(t)$ πραγματικό;
- (ii) Είναι το $x(t)$ άρτιο;
- (iii) Είναι το $dx(t)/dt$ άρτιο;

Άσκηση 6

Έστω $x(t)$ ένα περιοδικό σήμα με θεμελιώδη περίοδο T και συντελεστές σειράς Fourier X_k . Βρείτε τους συντελεστές σειράς Fourier για τα παρακάτω σήματα, συναρτήσετε των X_k .

- (i) $x(t - t_0) + x(t + t_0)$
- (ii) $Ev\{x(t)\}$ όπου $Ev\{ \}$ η συνάρτηση που δίνει το αρτιο μέρος ενός σήματος
- (iii) $\Re\{x(t)\}$