

## ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Εφαρμοσμένα μαθηματικά για μηχανικούς

Φθινόπωρο 2009

Γ. Τζιρίτας, Καθηγητής

### 3<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων

1. Το μήκος μιας καμπύλης δίδεται από τη σχέση

$$L = \int_a^b |z'(t)| dt$$

με δοσμένη μια παραμετρική περιγραφή της καμπύλης  $z(t)$ . Να βρεθεί η περίμετρος της καρδιοειδούς καμπύλης που δίδεται από την εξίσωση

$$z(t) = (1 + \cos t)(\sin t - i \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

2. Με χρήση συμβολικών υπολογισμών στο MATLAB να βρεθούν τα ακόλουθα ολοκληρώματα

•

$$\oint_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2} dz$$

•

$$\oint_{|z|=1} \frac{\sin z}{z^4} dz$$

•

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{z^2 + 2z - 3}, \quad \oint_{|z|=5} \frac{dz}{z^2 + 2z - 3}$$

•

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{z^2(z^2 + 16)}, \quad \oint_{|z|=5} \frac{dz}{z^2(z^2 + 16)}$$

•

$$\oint_{|z-1|=2} \frac{dz}{z^2 - 2i}, \quad \oint_{|z-1|=3} \frac{dz}{z^2 - 2i}$$

3. Αφού αποδειχθεί ότι

$$\frac{1}{(z-a)(z-b)} = \frac{1}{b-a} \left( \frac{1}{z-b} - \frac{1}{z-a} \right), \quad a \neq b$$

να βρεθεί το ολοκλήρωμα

$$\oint_{|z|=\rho} \frac{dz}{(z-a)(z-b)},$$

για την περίπτωση: α)  $0 < \rho < \min(|a|, |b|)$ , β)  $\min(|a|, |b|) < \rho < \max(|a|, |b|)$  και γ)  $\max(|a|, |b|) < \rho$ .

4. Να βρεθεί το ανάπτυγμα της συνάρτησης

$$\frac{z^2}{(z-a)(z-b)}, \quad a \neq b,$$

σε δυναμοσειρά για την περίπτωση: α)  $0 < |z| < \min(|a|, |b|)$ , β)  $\min(|a|, |b|) < |z| < \max(|a|, |b|)$  και γ)  $\max(|a|, |b|) < |z|$ .