

# ΗΥ215: 5<sup>η</sup> Σειρά Ασκήσεων

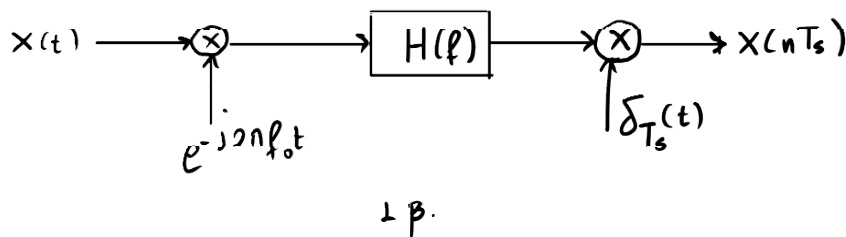
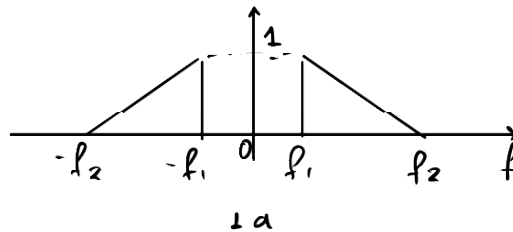
21 Μαΐου 2010

Παράδοση: 31 Μαΐου 2010

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

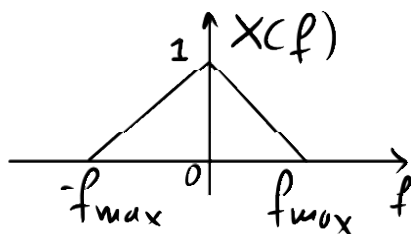
1. Έστω ένα πραγματικό σήμα,  $x(t)$ , με μετ. Fourier όπως φαίνεται στο Σχήμα 1α. Θεωρείστε επίσης το σύστημα διακριτοποίησης που φαίνεται στο Σχήμα 1β. όπου  $f_0 = (f_1 + f_2)/2$  και  $H(f)$  είναι ένα ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο, δηλ. αφήνει να περάσουν μόνο οι χαμηλές συχνότητες  $|f| < (f_2 - f_1)/2$ , με κέρδος 1, και

$$\delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$



- (α') Σχεδιάστε το φάσμα του μετ. Fourier του  $x(nT_s)$
- (β') Ποια είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη περίοδος  $T_s$  ώστε να μην παραβαίνουμε τη συνθήκη του Shannon;
- (γ') Φτιάξτε ένα διάγραμμα ροής όπως αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 1β, ώστε από το  $x(nT_s)$  να μπορούμε να ανακατασκευάσουμε χωρίς απώλειες το  $x(t)$ .
2. Έστω το σήμα  $x(t)$  έχει μετ. Fourier όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. (δηλ. έχει μέγιστη συχνότητα

$f_{max}$ ). Θέλουμε να δειγματολοπήσουμε τα παρακάτω σήματα σύμφωνα με το θεώρημα του Shannon. Ποια θα είναι η βέλτιστη συχνότητα δειγματοληψίας σε κάθε περίπτωση;



(α')  $x(t) + x(t - t_0)$

(β')  $\frac{dx(t)}{dt}$

(γ')  $x^2(t)$

(δ')  $x(t) \cos(2\pi f_0 t)$

3. Έστω το σήμα:

$$x(t) = \left( \frac{\sin(50\pi t)}{\pi t} \right)^2$$

(α') Σχεδιάστε το φάσμα πλάτους του μετ. Fourier του  $x(t)$

(β') Αν δειγματοληπτήσουμε το σήμα με συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s = 75\text{Hz}$  βρείτε τις συχνότητες για τις οποίες το αρχικό φάσμα ΔΕΝ αλλοιώνεται αλλά απλά πολλαπλασιάζεται με μια σταθερά. Υπολογίστε τη σταθερά.

(γ') Ποια θα πρέπει να είναι η τιμή της συχνότητας δειγματοληψίας  $f_s$  ώστε να ικανοποιεί το θεώρημα του Shannon.