

ΗΥ215: 3^η Σειρά Ασκήσεων

07 Απριλίου 2010

Παράδοση: 16 Απριλίου 2010

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Αν $x(t) \leftrightarrow X(f)$, τότε υπολογίστε τον μετ. Fourier των σημάτων ως συνάρτηση του $X(f)$:

$$y(t) = x(a - t)$$

$$y(t) = x(at - b), \quad a > 0$$

$$y(t) = \frac{dx(t - a)}{dt}$$

2. Έστω το σήμα

$$x(t) = \begin{cases} e^{-t}, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

Να υπολογίσετε τον μετ. Fourier των σημάτων:

$$y(t) = x(t) + x(-t)$$

$$y(t) = tx(t)$$

3. Αν $y(t) = x(t) \star h(t)$, όπου \star δηλώνει την πράξη της συνέλιξης, και $g(t) = x(at) \star y(at)$, $a > 0$, δείξτε ότι

$$g(t) = \frac{1}{a} y(at)$$

κάνοντας χρήση των ιδιοτήτων του μετ. Fourier.

4. Δείξτε ότι

$$\frac{\sin(\alpha t)}{\pi t} \xleftrightarrow{F} \text{rect}\left(\frac{f}{\alpha/\pi}\right)$$

5. Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα της προηγούμενης άσκησης, υπολογίστε το ολοκλήρωμα:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 \left(\frac{\sin t}{\pi t}\right)^4 dt$$