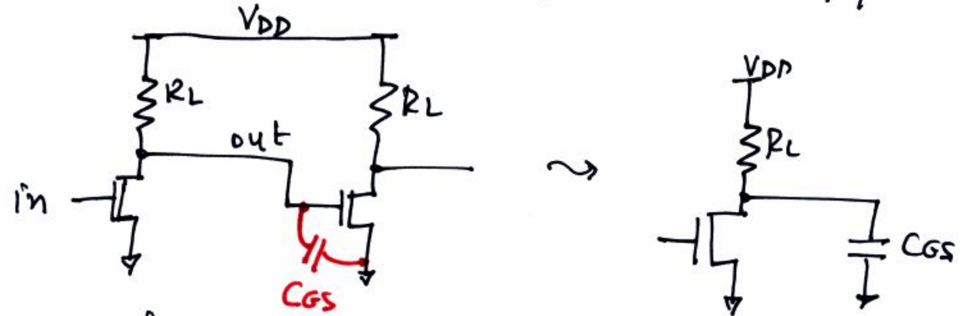
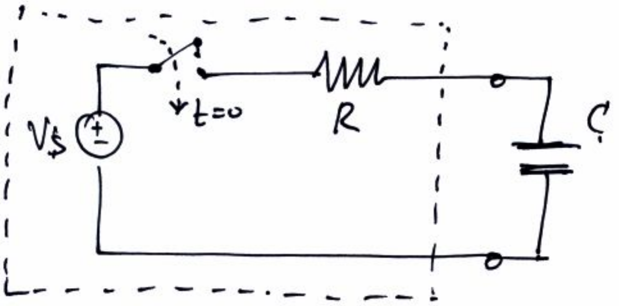
Κατανάλωση ισχύος στα ψηφιακά κυκλώματα – Οι πύλες CMOS

Στόχος της ενότητας αυτής είναι να μάθουμε να υπολογίζουμε την κατανάλωση ισχύος των ψηφιακών κυκλωμάτων που σχεδιάζουμε. Για παράδειγμα πόση ισχύ (ή ενέργεια) ξοδεύουμε ώστε ένας αντιστροφέας να κάνει στην έξοδό του μια μετάβαση από το λογικό-0 στο λογικό-1 ή το αντίστροφο, ώστε να φορτίσει ή να εκφορτίσει



τη χωρητικότητα εισόδου της επόμενης λογικής πύλης που οδηγεί. Η κατανάλωση ισχύος είναι πολύ σημαντικός παράγοντας κατά τη σχεδίαση. Ουσιαστικά στις μέρες μας καθορίζει πόσο γρήγορα κυκλώματα μας επιτρέπεται να σχεδιάσουμε, ενώ παράλληλα παίζει κύριο ρόλο στην αξιοπιστία των συστημάτων και στο κόστος λειτουργίας τους. Μην ξεχνάτε πως η κατανάλωση ισχύος είναι άμεσα συνδεδεμένη με τη θερμοκρασία που αναπτύσσεται στα ολοκληρωμένα κυκλώματα αλλά και με το χρόνο ζωής της μπαταρίας που τροφοδοτεί τη φορητή συσκευή. Πριν αρχίσουμε να αναλύουμε τα ψηφιακά κυκλώματα θα μελετήσουμε αρχικά την κατανάλωση ισχύος στα βασικά κυκλώματα RC ώστε να αποκτήσουμε το απαραίτητο υπόβαθρο.



Τη στιγμή $t=0$ ο διακόπτης κλείνει και μένει κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα. Ο πυκνωτής θα φορτιστεί μέχρι την τάση V_S το οποίο η θα σημάνει το τέλος των μεταβατικών φαινομένων. Αυτό που θέλουμε να απαντήσουμε είναι πόση είναι η συνολική ενέργεια που ξοδέψαμε για τη μετάβαση και ποια στοιχεία του κυκλώματος τη χρησιμοποίησαν. Ο πυκνωτής αποθηκεύει ενέργεια, ενώ αντίθετα η αντίσταση την καταναλώνει και μόνο (γίνεται θερμότητα, φως κ.τ.λ.)

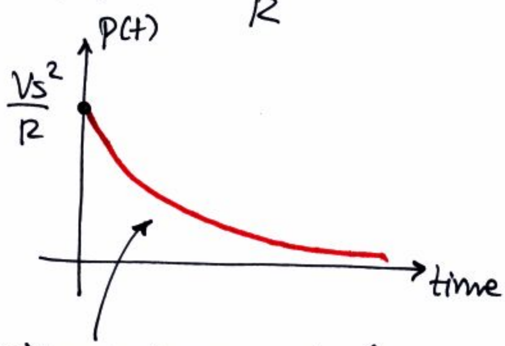
Για να βρούμε την ενέργεια πρέπει να μελετήσουμε την ισχύ των στοιχείων του κυκλώματος. Γνωρίζουμε ότι η στιγμιαία ισχύς που παρέχει η πηγή τάσης στο κύκλωμα είναι το γινόμενο της τάσης επί το ρεύμα που τη διαρρέει. $P_{V_S}(t) = V_S \cdot i(t)$

Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι $i(t) = \dfrac{V_S - v_C(t)}{R}$ όπου $v_C(t)$ η τάση στα άκρα του πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου.

Η αρχική τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι 0V ενώ η τελική Vs. Έτσι

$$v_C(t) = V_S + [0 - V_S]e^{-t/RC} = V_S(1 - e^{-t/RC})$$

Επομένως $i(t) = \dfrac{1}{R}\left(V_S - V_S(1 - e^{-t/RC})\right) = \dfrac{V_S e^{-t/RC}}{R}$. Έτσι η στιγμιαία ισχύς είναι $p(t) = \dfrac{V_S^2}{R} e^{-t/RC}$.



Η συνολική ενέργεια που καταναλώθηκε από το κύκλωμα μας δεν είναι τίποτε άλλο από το εμβαδό που περιέχεται κάτω από την καμπύλη της ισχύος. Έτσι η συνολική ενέργεια αν αφήσουμε για άπειρο χρόνο το διακόπτη κλειστό είναι:

$$E_{TOTAL} = \int_0^\infty p(t)\,dt = \int_0^\infty \frac{V_S^2}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt = \frac{V_S^2}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{t}{RC}} dt$$

Θυμίζουμε ότι $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} e^{-ax}dx = \left[-\frac{1}{a}e^{-ax_2} + \frac{1}{a}e^{-ax_1}\right] = \frac{1}{a}\cdot\left(e^{-ax_1} - e^{-ax_2}\right)$

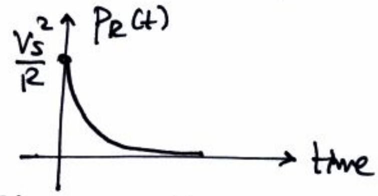
α σταθερά ανεξάρτητη του x

Έτσι $$E_{TOTAL} = \frac{V_S^2}{R}\left[RC\cdot\left(\underbrace{e^{-\frac{t}{RC}}\Big|_{t=0}}_{=1} - \underbrace{e^{-\frac{t}{RC}}\Big|_{t=\infty}}_{=0}\right)\right] = \frac{V_S^2}{R}RC = \underline{CV_S^2}$$

Η συνολική ενέργεια που προσφέρεται από η πηγή στο κύκλωμα είναι $\boxed{E_{TOTAL} = C\cdot V_S^2}$. Η ενέργεια αυτή θα μπορούσε πιο απλά να υπολογιστεί ως εξής: Αρχικά το φορτίο που είχε αποθηκευμένο ο πυκνωτής ήταν 0. Αφού φορτίστηκε σε τάση Vs το φορτίο που έχει αποθηκεύσει είναι $Q_C = C\cdot V_S$. Το φορτίο αυτό προήλθε από την πηγή. ($\Delta Q = Q_{final} - Q_{init} = C\cdot V_S$). Η ενέργεια που προσέφερε η πηγή είναι $\Delta E = \Delta Q\cdot V_S = C\cdot V_S\cdot V_S = \underline{CV_S^2}$

Γνωρίζουμε ότι η ενέργεια που αποθηκεύει ο πυκνωτής όταν στα άκρα του αναπτυχθεί μια τάση V_s είναι ίση με $E=\frac{1}{2}CV_s^2$. Η πηγή έδωσε $E_{TOTAL} = CV_s^2$ άρα υποθέτουμε πως το υπόλοιπο $\frac{1}{2}CV_s^2$ καταναλώθηκε στην αντίσταση. Ας το ελέγξουμε: Η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνει η αντίσταση είναι $p_R(t)=v_R(t)\cdot i(t)$. Εφόσον από το νόμο του Ohm $v_R(t)=i(t)\cdot R$ τότε $p_R(t)=\frac{v_R^2(t)}{R}$.

Η τάση στα άκρα της αντίστασης $v_R(t)=V_s-v_C(t)$ δηλαδή ίση με $v_R(t)=V_s e^{-t/RC}$. Έτσι $p_R(t)=\frac{V_s^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}$



Η συνολική λοιπόν ενέργεια που χάθηκε στην αντίσταση είναι

$$E_R=\int_0^\infty p_R(t)\,dt = \frac{V_s^2}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}} = \frac{V_s^2}{R}\left(\frac{RC}{2}\left(e^{-\frac{2t}{RC}}\Big|_{t=0}-e^{-\frac{2t}{RC}}\Big|_{t=\infty}\right)\right)=$$

$\Rightarrow$ $E_R=\frac{1}{2}CV_s^2$ το οποίο επαληθεύει την αρχική ανάλυση μας.

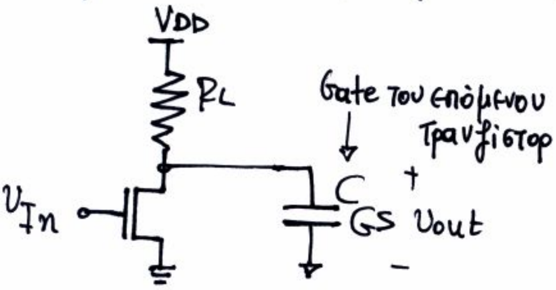
- Ποια θα ήταν η συνολική ενέργεια που θα έπρεπε να προσφέρει η πηγή τάσης ώστε να φορτιστεί πλήρως ο πυκνωτής αν ήταν αρχικά φορτισμένος σε μια τάση V_{init};

Θα απαντήσουμε στο ερώτημα ποιοτικά. Το αρχικό φορτίο που είχε αποθηκεύσει ο πυκνωτής ήταν $Q_{init}=C\cdot V_{init}$. Το τελικό φορτίο είναι $Q_{final}=C\cdot V_s$ με τη φόρτιση του σε μια τάση V_s. Επομένως, το φορτίο που προσέφερε η πηγή είναι $\Delta Q = Q_{final}-Q_{init} = C\cdot(V_s-V_{init})$. Για να το πετύχει αυτό σημαίνει ότι ξόδεψε ενέργεια ίση με $\boxed{E=\Delta Q\cdot V_s = C\cdot V_s\cdot(V_s-V_{init})}$

Δηλαδή χρειάστηκε, όπως θα περιμέναμε, λιγότερη ενέργεια σε σχέση με την πρώτη περίπτωση την CV_s^2. Πόση από αυτή την ενέργεια πήγε στον πυκνωτή; Αρχικά ο πυκνωτής είχε αποθηκευμένη ενέργεια $E_{C,init}=\frac{1}{2}CV_{init}^2$, ενώ στο τέλος αποθήκευσε ενέργεια ίση με $E_{C,final}=\frac{1}{2}CV_s^2$. Έτσι η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον πυκνωτή είναι $E_{C,final}-E_{C,init}=\frac{1}{2}CV_s^2-\frac{1}{2}CV_{init}^2$. Η διαφορά $E_{TOTAL}-E_C$ πήγε στην αντίσταση. Δηλαδή $E_R=CV_s(V_s-V_{init})-\frac{1}{2}CV_s^2+\frac{1}{2}CV_{init}^2 = CV_s^2-CV_s\cdot V_{init}-\frac{1}{2}CV_s^2+\frac{1}{2}CV_{init}^2=$

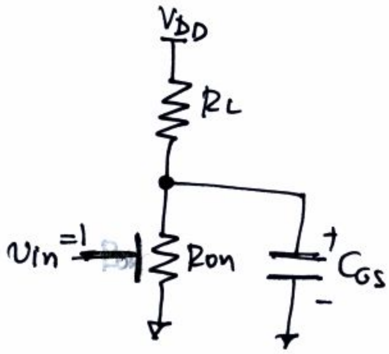
$\Rightarrow \frac{1}{2}CV_s^2-CV_sV_{init}+\frac{1}{2}CV_{init}^2=\frac{1}{2}C(V_s-V_{init})^2$

Ας επιστρέψουμε τώρα σε ένα απλό ψηφιακό κύκλωμα, οπού ένας αντιστροφέας οδηγεί έναν άλλον στην έξοδο του. Όπως είδαμε η στην αρχή αρκεί το παρακάτω κύκλωμα για να μοντελοποιήσει αυτό το σενάριο. Ας υποθέσουμε πως η είσοδος Vin είναι ενός τετραγωνικός παλμός



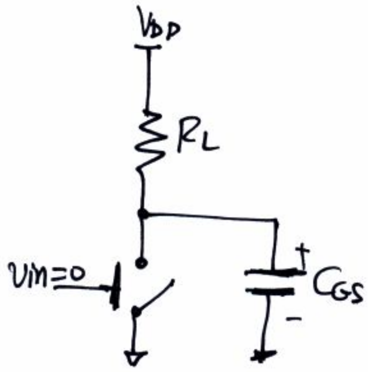
Ανάλογα με την τιμή της εισόδου Vin προκύπτουν τα εξής δύο ισοδύναμα κυκλώματα.

<u>Vin=1</u> ⇒ $V_{GS} > V_T$ για το τρανζίστορ άρα άγει (για χρόνο ίσο με T_1)



Πριν το Vin=1 το τρανζίστορ ήταν κλειστό με αποτέλεσμα Vout=VDD. Μετά τη μετάβαση ο πυκνωτής θα αποφορτιστεί μέχρι την τάση $V_{TH} = \frac{R_{on}}{R_{on}+R_L} \cdot V_{DD}$.

<u>Vin=0</u> ⇒ $V_{GS} < V_T$ το τρανζίστορ δεν άγει. (για χρόνο ίσο με T_2.)

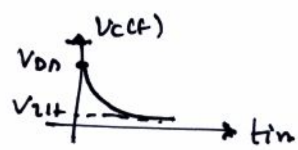


Πριν το Vin=1 ~~τώρα~~ ο πυκνωτής είχε αποφορτιστεί σε V_{TH}. Τώρα δεν κυλάει ρεύμα. Επομένως Vout=VDD

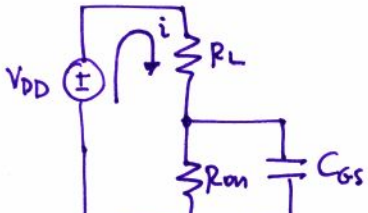
Ας μελετήσουμε τη συνολική ενέργεια για τις δύο μεταβάσεις της Vin.

▲ Vin ⇒ <u>0→1</u> : Η τάση στα άκρα του πυκνωτή ίση με

$$V_{out} = v_c(t) = V_{TH} + (V_{DD} - V_{TH})\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$



όπου $V_{TH} = \frac{R_{on}}{R_{on}+R_L} \cdot V_{DD}$ και $\tau = (R_L // R_{on}) \cdot C$



Για να βρούμε τη συνολική ενέργεια που ξοδεύτηκε για χρόνο T_1 ώστε ο πυκνωτής να αποφορτιστεί (ουσιαστικά λόγω της αποφόρτισης ένα μέρος της συνολικής ενέργειας επιστρέφεται στο κύκλωμα. Αναμένεται με αρνητικό πρόσημο) πρέπει να βρούμε το ρεύμα i.

Το ρεύμα i που διαρρέει την πηγή V_{DD} διαρρέει και την R_L. Έτσι η διαφορά δυναμικού στα άκρα της R_L είναι $V_{DD} - v_C(t) = i \cdot R_L \rightarrow i = \dfrac{V_{DD} - v_C(t)}{R_L}$

Επομένως η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνει το κύκλωμα είναι $p(t) = V_{DD} \cdot i \rightarrow$

$$p(t) = V_{DD} \frac{V_{DD} - v_C(t)}{R_L} = V_{DD} \frac{V_{DD} - V_{TH} - (V_{DD} - V_{TH}) e^{-t/\tau}}{R_L} = \frac{V_{DD}(V_{DD} - V_{TH})}{R_L}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) =$$

$$= \frac{V_{DD}}{R_L}\left(V_{DD} - \frac{R_{on}}{R_{on}+R_L} \cdot V_{DD}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \rightarrow$$

$p(t) = \dfrac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. Η ενέργεια που δαπανάται για χρόνο T_1 είναι ίση με

$$E = \int_0^{T_1} p(t)\,dt = \int_0^{T_1} \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L}\,dt - \int_0^{T_1} \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot dt =$$

$$= \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} \cdot T_1 - \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L}\left[\tau\left(e^{-\frac{0}{\tau}} - e^{-\frac{T_1}{\tau}}\right)\right]$$

Αν θεωρήσουμε την ημι-περίοδο T_1 πολύ μεγαλύτερη από τη σταθερά χρόνου ($T_1 >> \tau$) τότε $e^{-\frac{T_1}{\tau}} \rightarrow 0$.

Επομένως $$E_{TOTAL(T_1)} = \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} \times T_1 - \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} \cdot \tau = \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} \cdot T_1 - \frac{V_{DD}^2}{(R_{on}+R_L)^2} R_{on} \cdot R_L \cdot C_{GS}$$

Επειδή γνωρίζουμε ότι $V_{TH} = \dfrac{R_{on}}{R_{on}+R_L} V_{DD}$ ↳ $V_{DD} - V_{TH} = \dfrac{R_L}{R_{on}+R_L} \cdot V_{DD}$

μπορούμε να γράψουμε την συνολική ενέργεια ως εξής:

$$E_{TOTAL}^{(T_1)} = \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} \cdot T_1 - \boxed{\frac{V_{DD}}{R_{on}+R_L} \cdot R_L}\,\boxed{\frac{V_{DD}}{R_{on}+R_L} \cdot R_{on}}\, C_{GS} \Rightarrow$$

$$E_{TOTAL}^{(T_1)} = \underbrace{\frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} \cdot T_1}_{\text{Ανεξάρτητη του πυκνωτή}} - \underbrace{C_{GS} \cdot V_{TH} \cdot (V_{DD} - V_{TH})}_{\text{Ανεξάρτητο των αντιστάσεων.}}$$

Παρατηρείστε ότι η συνολική ενέργεια για το χρονικό διάστημα T_1 αποτελείται από 2 διακριτά μέρη. Το πρώτο αφορά μόνο τις αντιστάσεις και τη διάρκεια T_1 ενώ Το δεύτερο [illegible]

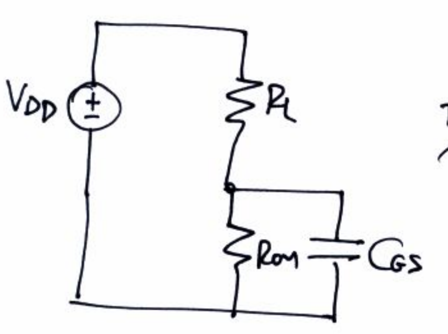
Αντίθετα η συνεισφορά της χρονικής διάρκειας μεταβάλλεται αν υπολογίσουμε τη μέση ισχύ. Η μέση ισχύς $\overline{P}$ ορίζεται σαν το λόγο της συνολικής ενέργειας που δαπανήθηκε για ένα χρονικό διάστημα T προς το χρόνο αυτό. Έτσι, η μέση ισχύς που καταναλώθηκε όταν $V_{in}: 0 \to 1$ είναι

$$\overline{P_1} = \frac{E_{TOTAL}}{T_1} = \frac{V_{DD}^2}{R_{on}+R_L} - \frac{1}{T_1} C_{GS} V_{TH}(V_{DD}-V_{TH}) =$$

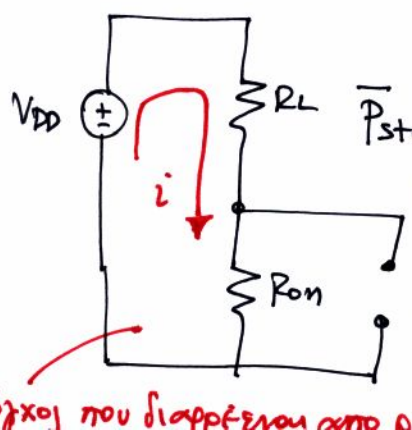
$$= \underline{\frac{V_{DD}^2}{R_o+R_L}} + \underline{\frac{1}{T_1} C_{GS} V_{TH}(V_{TH}-V_{DD})}$$

Μετά από αυτήν την ανάλυση προκύπτουν τα εξής. Η μέση ισχύς αποτελείται από δυο μέρη. Το κομμάτι της στατικής κατανάλωσης ισχύος το οποίο αφορά τις αντιστάσεις του κυκλώματος και δεν έχει να κάνει με τα μεταβατικά φαινόμενα της φόρτισης ή της αποφόρτισης του πυκνωτή. Το δεύτερο μέρος είναι η δυναμική κατανάλωση ισχύος και αφορά αποκλειστικά την κατανάλωση ισχύος κατά τη διάρκεια των μεταβατικών φαινομένων. Η τιμή της δυναμικής κατανάλωσης ισχύος βασίζεται μόνο στις τιμές των χωρητικοτήτων και τις αρχικές ή τελικές τάσεις που αυτές λαμβάνουν. Επίσης, η δυναμική μέση ισχύς είναι άμεσα εξαρτημένη από το πόσο συχνά συμβαίνουν τα μεταβατικά φαινόμενα ($1/T_1$).

Στατική κατανάλωση ισχύος έχουμε εφόσον στο κύκλωμα μας υπάρχουν βρόχοι οι οποίοι διαρρέονται από ρεύμα ακόμα και αν τα μεταβατικά φαινόμενα ολοκληρωθούν και οι πυκνωτές συμπεριφερθούν σαν ανοιχτοκυκλώματα. Στο κύκλωμα του παραδείγματός μας όταν ολοκληρωθούν τα μεταβατικά φαινόμενα τότε προκύπτει το εξής ισοδύναμο κύκλωμα:

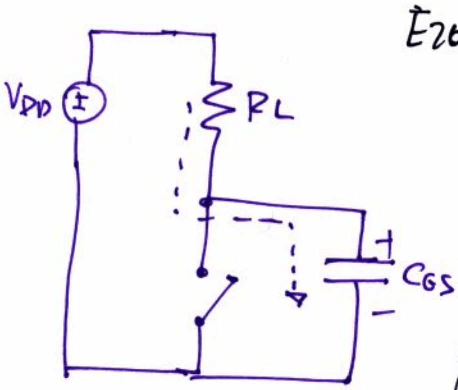


Τέλος μετάβασης



$$\left.\begin{aligned} \overline{P}_{static} &= V_{DD} \cdot i \\ i &= \frac{V_{DD}}{R_L+R_{on}} \end{aligned}\right\} \to \Rightarrow \overline{P}_{static} = \frac{V_{DD}^2}{R_L+R_{on}}$$

● $v_{in} \Rightarrow 1 \to 0$: Σ' αυτή την περίπτωση ο πυκνωτής φορτίζεται από V_{TH} σε V_{DD}



Έτσι $v_C(t) = V_{DD} + (V_{TH} - V_{DD})e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$V_{TH} = \frac{R_{on}}{R_{on}+R_L}\cdot V_{DD} \quad \text{και} \quad \tau = R_L \cdot C_{GS}$$

Γνωρίζουμε από την ανάλυση που εκτελέσαμε πριν για το απλό RC δίκτυο πως

$$E_{TOTAL}^{(T_2)} = C_{GS}\cdot V_{DD}\cdot(V_{DD}-V_{TH})$$

Έτσι η μέση ισχύς για το διάστημα T_2 θα είναι ίση με $\overline{P_2} = \frac{E^{(T_2)}_{TOTAL}}{T_2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \overline{P_2} = \frac{1}{T_2} C_{GS} V_{DD}(V_{DD}-V_{TH})$$

Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση αυτή η κατανάλωση ισχύος αποτελείται μόνο από ένα δυναμικό κομμάτι και δεν υπάρχει καθόλου στατική κατανάλωση. Αυτό είναι λογικό γιατί τη στιγμή που θα ολοκληρωθούν τα μεταβατικά φαινόμενα ο πυκνωτής C_{GS} θα συμπεριφέρεται ως ανοιχτοκύκλωμα και έτσι δεν θα υπάρχει ροή ρεύματος η οποία να προκαλεί την στατική κατανάλωση ισχύος εξαιτίας της αντίστασης R_L.

Υπολογίζοντας τη συνολική μέση ισχύ και για τις δύο μεταβάσεις παίρνουμε ότι:

$$\overline{P}_{TOTAL} = \frac{E^{(T_1)}_{TOTAL}+E^{(T_2)}_{TOTAL}}{T} = \overline{P}_{TOTAL} = \frac{V_{DD}^2}{R_L+R_{on}}\frac{T_1}{T} + \frac{1}{T_1}C_{GS}V_{TH}(V_{TH}-V_{DD}) + \frac{1}{T_2}C_{GS}V_{DD}(V_{DD}-V_{TH})$$

Αν θεωρήσουμε ότι $T_1+T_2=T$ και πως $T_1=T_2=\frac{T}{2}$ τότε:

$$\overline{P}_{STATIC} = \frac{1}{2}\frac{V_{DD}^2}{R_L+R_{on}}$$

$$\overline{P}_{DYNAMIC} = \frac{1}{T} C_{GS}V_{TH}(V_{TH}-V_{DD}) + \frac{1}{T} C_{GS}V_{DD}(V_{DD}-V_{TH}) =$$

$$= \frac{1}{T} C_{GS}(V_{DD}-V_{TH})^2$$

Παράδειγμα: Για το προηγούμενο ζευγάρι από αντιστροφείς θεωρήστε ότι $C_{GS} = 10fF$

$f = \frac{1}{T} = 10MHz$ - Τα σήματα εισόδου δε μπορούν ν'αλλάξουν ταχύτερα από αυτή τη συχνότητα. $V_{DD} = 5Volt$ και $R_L = 100K\Omega$ ενώ $R_{on} = 10K\Omega$.

Για να ισχύουν οι προηγούμενες σχέσεις πρέπει $T >> \tau$. τότε έχουμε ότι

$$P_{static} = \frac{1}{2}\frac{V_{DD}^2}{R_L + R_{on}} = \frac{1}{2}\frac{25}{110K\Omega} =$$

$$P_{dynamic} = \frac{1}{T} C_{GS}(V_{DD} - V_{TH})^2$$

$$V_{TH} = \frac{R_{on}}{R_{on} + R_L} \cdot V_{DD} = \frac{10}{110} 5$$

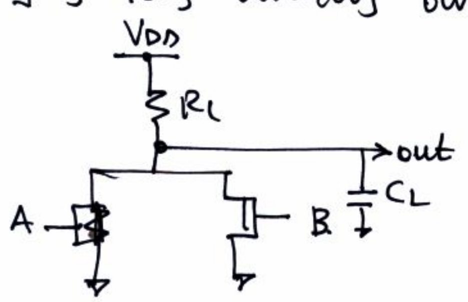
Παρατηρούμε ότι το μεγαλύτερο μέρος της ισχύος του αντιστροφέα ξοδεύεται στην στατική κατανάλωση (στις αντιστάσεις R_{on} κ R_L) και όχι για τη μετάβαση που προσφέρει το πραγματικό έργο.

Για τον αντιστροφέα που οδηγεί άλλον ενα ο λόγος $\frac{P_{static}}{P_{dynamic}}$ είναι ισος με

$$\frac{P_{static}}{P_{dynami}} = \frac{R_L + R_{on}}{R_L} \times \frac{T}{2R_L C_{GS}}$$

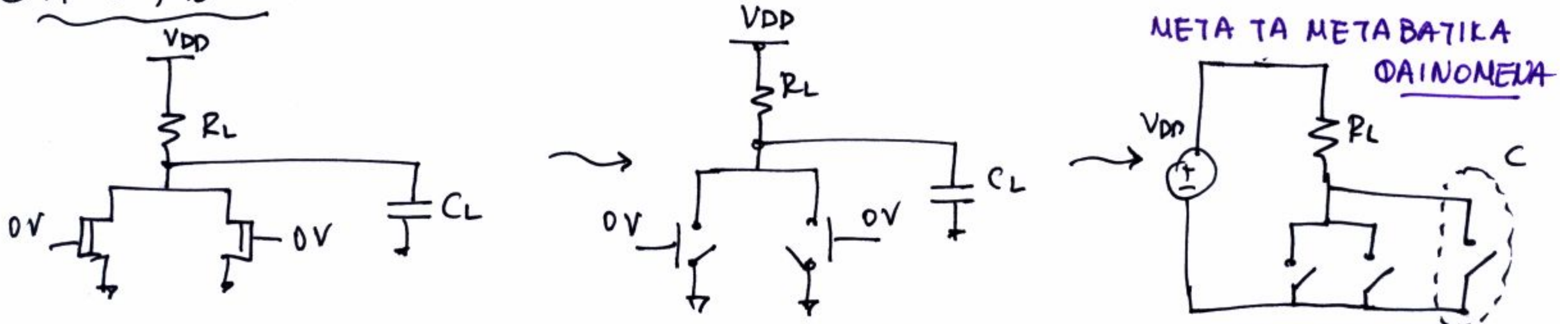
Εφόσον για καλή ψηφιακή λειτουργεία (χαμηλό V_{OL}) $R_L >> R_{on}$ τότε $\frac{R_L + R_{on}}{R_L} \to 1$.
Επίσης εφόσον $T >> \tau$ άρα κ $T >> R_L C_{GS}$ επομένως $P_{static} >> P_{dynami}$
Το οποίο είναι πολύ κακό για τη πύλη μας.

Ⓘ Παράδειγμα: Ποια είναι η στατική κατανάλωση ισχύος μιας πύλης NOR για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των εισόδων.



Στατική κατανάλωση ισχύος έχουμε όταν μετά τη μετάβαση παραμείνει βρόγχος που διαρρέεται από ρεύμα. Ας δούμε αναλυτικά τις 4 περιπτώσεις:

(i) $A = 0V, B = 0V$

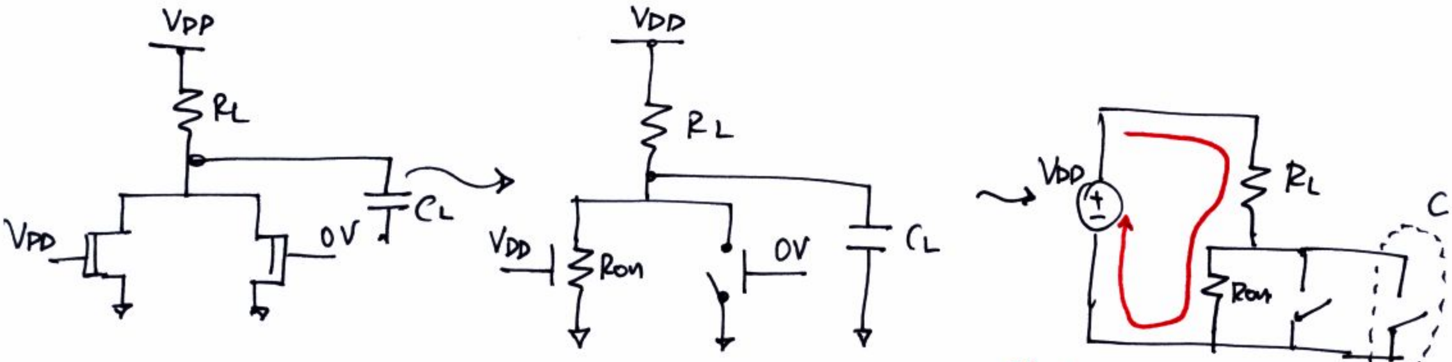


Όταν τελειώσουν
τα μεταβατικά φαινόμενα
ο πυκνωτής συμπεριφέρεται ως ανοιχτοκύκλωμα

ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΚΛΕΙΣΤΟΣ ΒΡΟΧΟΣ.

Δεν έχουμε στατική ισχύ.

(ii) $A = V_{DD}, B = 0V$

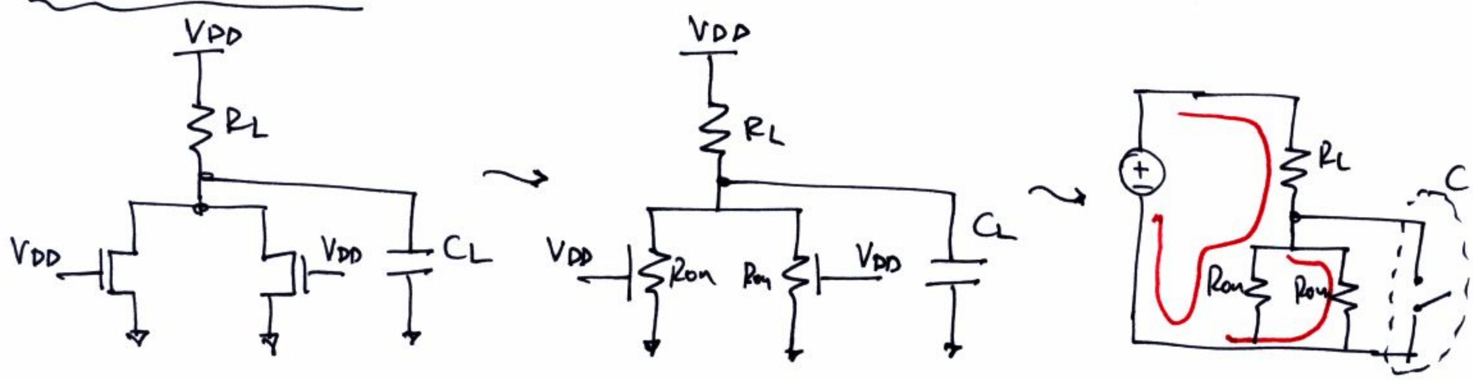


Υπάρχει στατική ισχύς

$$P_{static} = \frac{V_{DD}^2}{R_L + R_{on}}$$

(iii) $A = 0V, B = V_{DD}$ (συμμετρική με την προηγούμενη)

(iv) $A = V_{DD}, B = V_{DD}$



$$P_{static} = \frac{V_{DD}^2}{R_L + (R_{on} // R_{on})} = \frac{V_{DD}^2}{R_L + \frac{R_{on}}{2}}$$

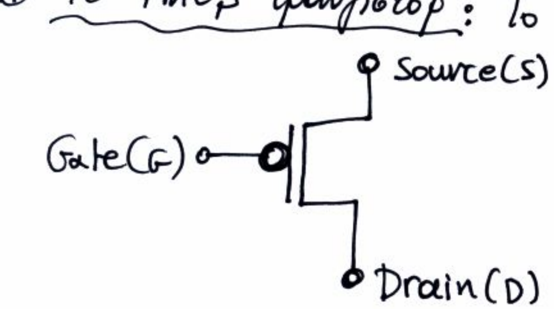
Χειρότερη περίπτωση
από πλευράς στατικής κατανάλωσης ισχύος.

Το μεγάλο ποσοστό της στατικής κατανάλωσης ισχύος είναι ένα μεγάλο μειονέκτημα του τρόπου που κατασκευάζουμε μέχρι τώρα τις λογικές πύλες. Ουσιαστικά ξοδεύουμε ενέργεια χωρίς οι πύλες μας να υπολογίζουν κάτι μόνο όταν η έξοδος βρίσκεται στο λογικό-0. Ο περιορισμός αυτός κάνει δύσκολη τη χρήση των πυλών αυτών σε φορητές συσκευές όπου ο χρόνος ζωής της μπαταρίας είναι πολύ κρίσιμο μέγεθος.* Μια μπαταρία χαρακτηρίζεται από τα Amp·hour (αμπερώρια) της. Δηλαδή μια μπαταρία των 2 Amp·h σημαίνει ότι μπορεί να παρέχει την ονομαστική τάση για 1 ώρα όταν το ρεύμα που τη διαρρέει – καθορίζεται από το υπόλοιπο κύκλωμα – είναι 2 Ampere. Αντίστοιχα, μπορεί για λειτουργεί για 2 ώρες αν το ρεύμα είναι 1 A ή 4 ώρες αν το ρεύμα είναι 1/2 A *

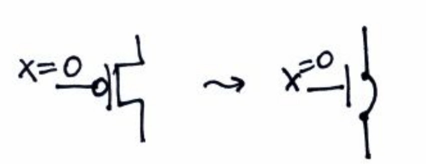
Στην ιδανική περίπτωση θα θέλαμε να ξοδεύουμε ισχύ μόνο όταν η έξοδος της πύλης αλλάζει κατάσταση. Όταν δηλαδή εκτελείται κάποιος ωφέλιμος υπολογισμός. Τότε ουσιαστικά η μόνη συνιστώσα της ισχύος θα ήταν η δυναμική κατανάλωση ισχύος που αφορά αποκλειστικά τη φόρτιση ή την αποφόρτιση των πυκνωτών κατά τη διάρκεια των μεταβατικών φαινομένων.

Για να το πετύχουμε αυτό πρέπει να αλλάξουμε τον τρόπο που σχεδιάζουμε τις πύλες μας. Τη λύση μας τη δίνει η CMOS λογική στην οποία χρησιμοποιούμε και τα δύο διαθέσιμα είδη τρανζίστορ. Τα NMOS και τα PMOS. Τα NMOS τρανζίστορ είναι αυτά που χρησιμοποιούμε μέχρι τώρα. Τα PMOS τρανζίστορ εκτελούν τη συμπληρωματική λειτουργία.

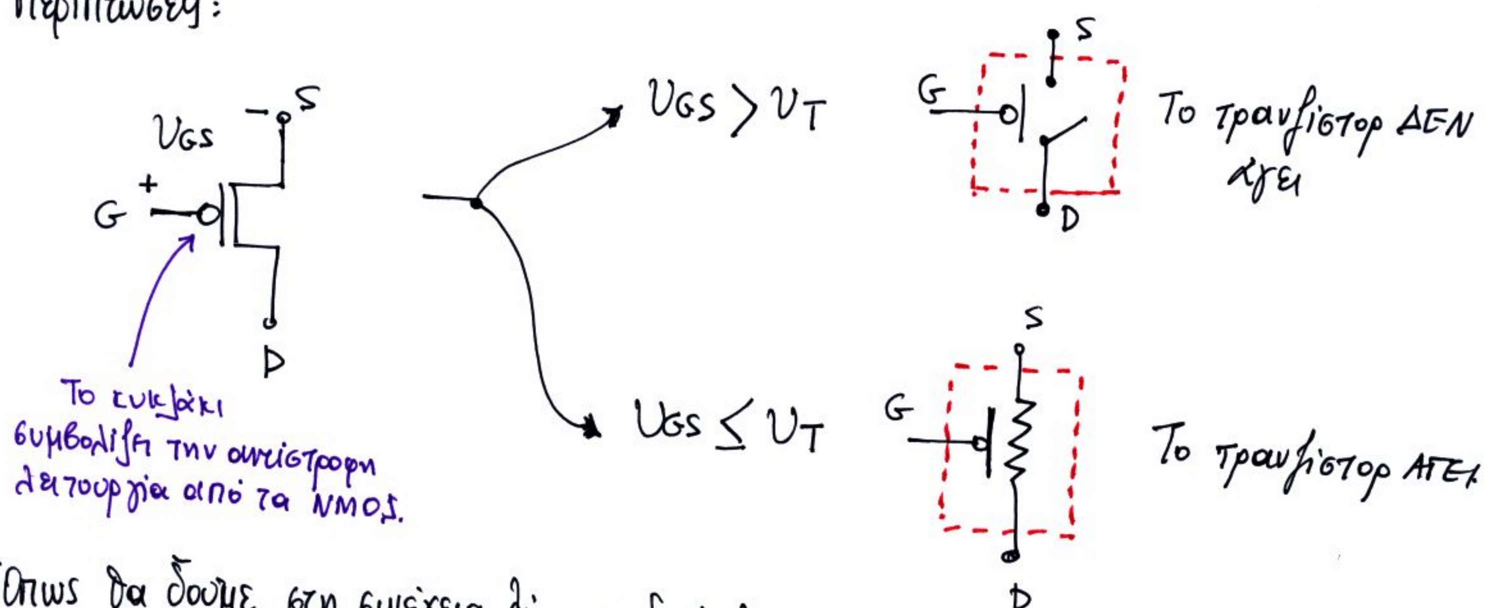
Το PMOS τρανζίστορ: Το PMOS τρανζίστορ αποτελείται και από 3 ακροδέκτες.



Αντίθετα με το NMOS ορίζουμε ως Source τον ακροδέκτη με το υψηλότερο δυναμικό. Για την περίπτωση του μοντέλου μόνο διακόπτη το PMOS τρανζίστορ άγει όταν το Gate βρίσκεται στο λογικό-0 ενώ λειτουργεί ως ανοιχτοκύκλωμα όταν το Gate είναι στο λογικό-1.
(Αντίθετα δηλαδή από το NMOS τρανζίστορ)



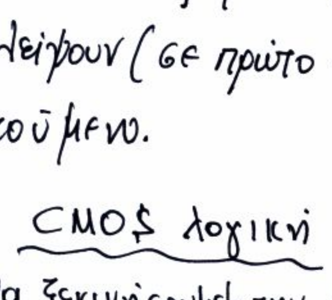
Τώρα για την περίπτωση του μοντέλου διακόπτη-αντίσταση. Το PMOS τρανζίστορ όταν άγει εμφανίζει και αυτό όπως το NMOS μια αντίσταση μεταξύ του Drain και του Source. Η μόνη διαφορά είναι πως το κατώφλι του PMOS V_T ορίζεται ως μια αρνητική ποσότητα, π.χ., $V_T = -0.7$ Volt. Έτσι διακρίνουμε 2 περιπτώσεις:



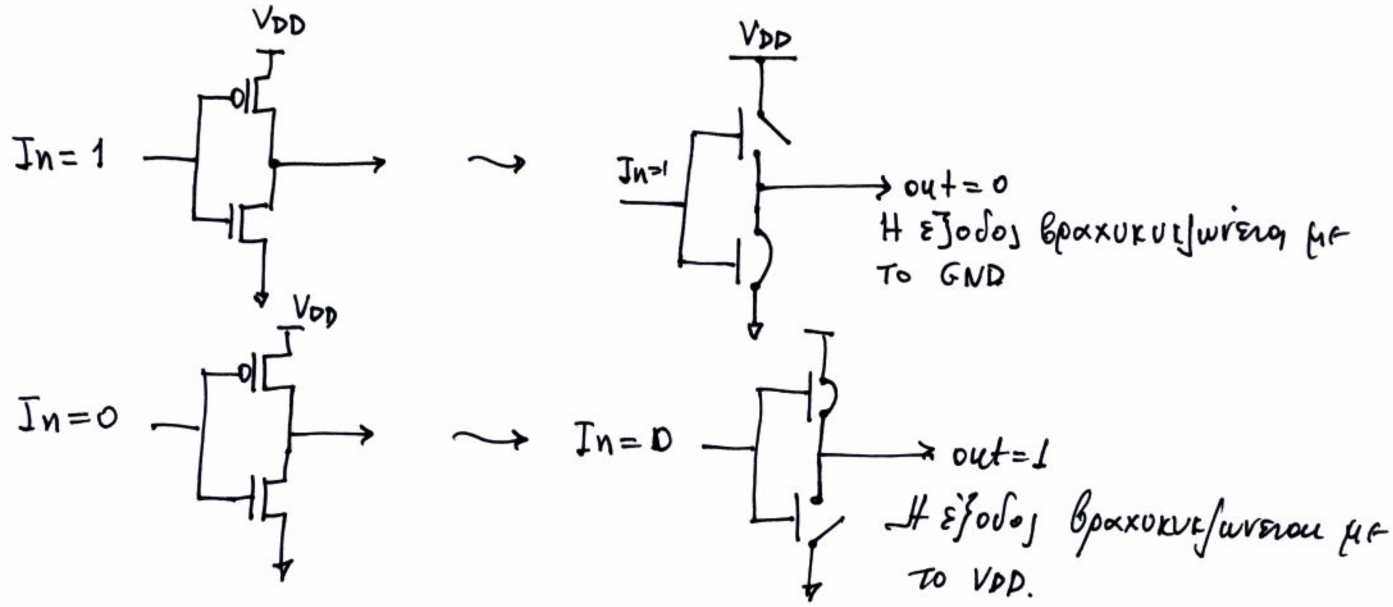
Όπως θα δούμε στη συνέχεια λόγω συνδεσμολογίας συνήθως το source είναι σε υψηλότερο δυναμικό από το gate κάνοντας το V_{GS} επίσης αρνητικό. Επομένως το τρανζίστορ ανοίγει όταν το V_{GS} είναι λιγότερο αρνητικό από το V_T. Αν θα θέλαμε η συνθήκη να μοιάζει την περίπτωση των NMOS τρανζίστορ τότε θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τις απόλυτες τιμές των V_{GS} και V_T. Δηλαδή ισοδύναμα το PMOS άγει όταν $|V_{GS}| \geq |V_T|$. Ας δούμε τώρα πως μπορούμε να φτιάξουμε λογικές πύλες με βάση τη CMOS λογική και πως αυτές καταλήγουν να εξαλείψουν (σε πρώτο βαθμό) τη στατική κατανάλωση ισχύος που είναι και το ζητούμενο.

CMOS λογική

Θα ξεκινήσουμε την παρουσίαση της πιο απλής λογικής πύλης της οικογένειας αυτής, του αντιστροφέα.

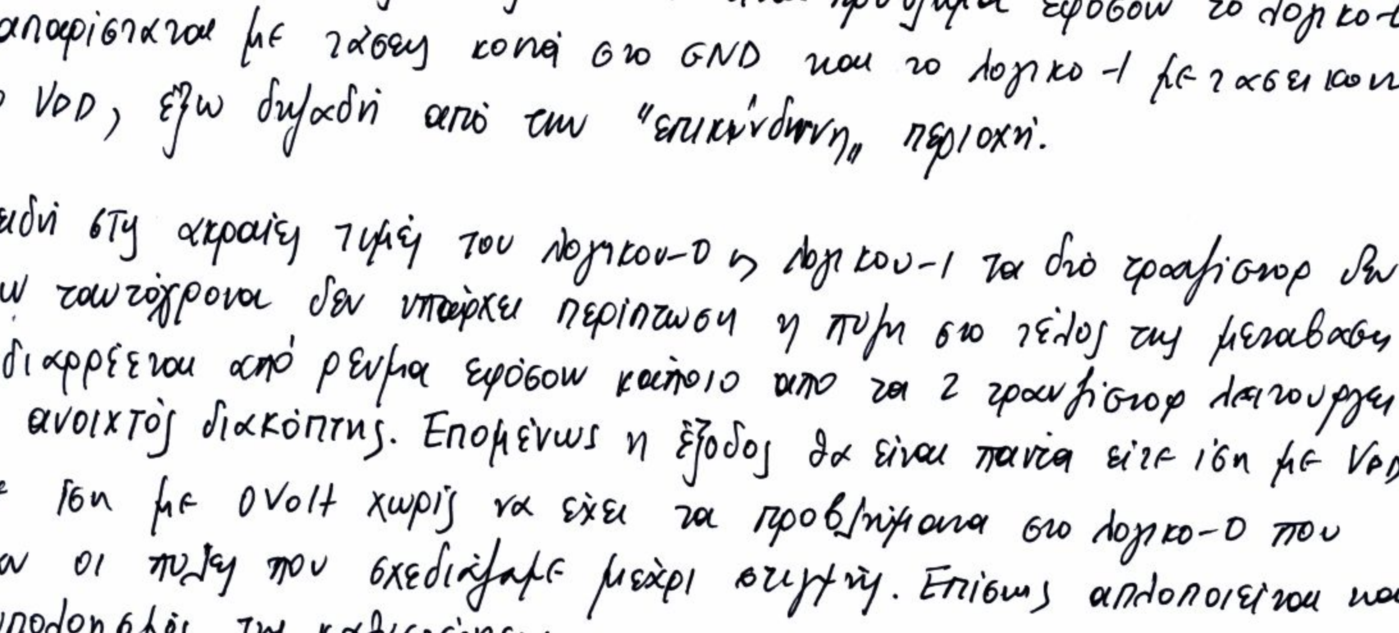


Η είσοδος συνδέεται τώρα σε 2 τρανζίστορ. Σε ένα NMOS όπως και πριν και σε ένα PMOS. Ανάλογα με την τιμή της εισόδου ενεργοποιείται μόνο ένα από τα 2 τρανζίστορ και ποτέ ταυτόχρονα (τουλάχιστον σε επίπεδο ψηφιακής λειτουργίας).

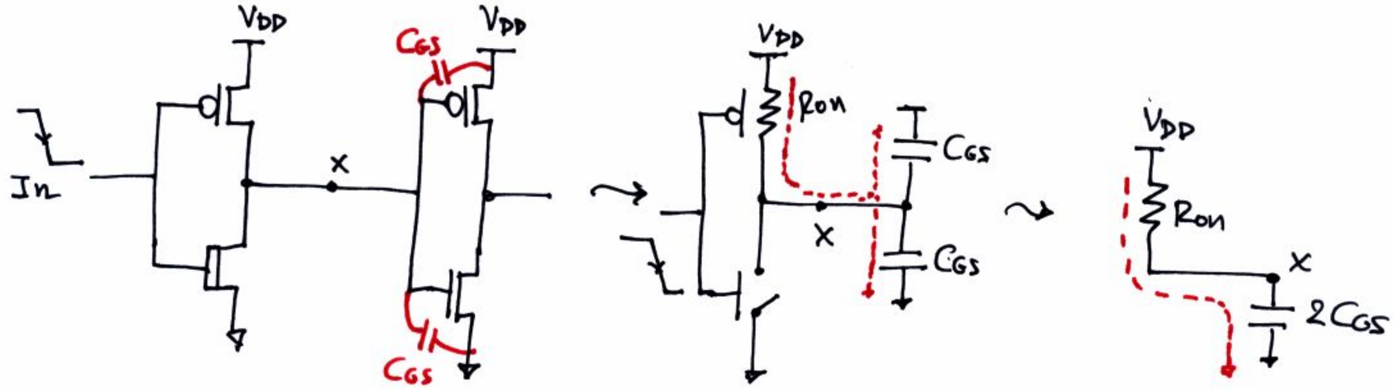


Τυπικά, το NMOS τρανζίστορ άγει όταν $v_{in} \geq v_T$. Αντίθετα το PMOS τρανζίστορ άγει όταν $v_{in} \leq V_{DD} + v_T$ $(v_T < 0)$. Με άλλα λόγια αν θεωρήσουμε ένα κοινό η θετικό κατώφλι για τα δύο τρανζίστορ όταν $v_T \leq v_{in} \leq V_{DD} - v_T$ τότε άγουν και τα δύο τρανζίστορ ταυτόχρονα οδηγώντας την έξοδο σε ενδιάμεσες τιμές. Για τις ψηφιακές πύλες αυτό δεν είναι πρόβλημα εφόσον το λογικό-0 αναπαρίσταται με τάσεις κοντά στο GND και το λογικό-1 με τάσεις κοντά στο VDD, έξω δηλαδή από την "επικίνδυνη" περιοχή.

Επειδή στις ακραίες τιμές του λογικού-0 ή λογικού-1 τα δύο τρανζίστορ δεν άγουν ταυτόχρονα δεν υπάρχει περίπτωση η πύλη στο τέλος της μετάβασης να διαρρέεται από ρεύμα εφόσον κάποιο από τα 2 τρανζίστορ λειτουργεί ως ανοιχτός διακόπτης. Επομένως η έξοδος θα είναι πάντα είτε ίση με VDD είτε ίση με 0Volt χωρίς να έχει τα προβλήματα στο λογικό-0 που είχαν οι πύλες που σχεδιάσαμε μέχρι στιγμής. Επίσης απλοποιείται και ο υπολογισμός της καθυστέρησης:

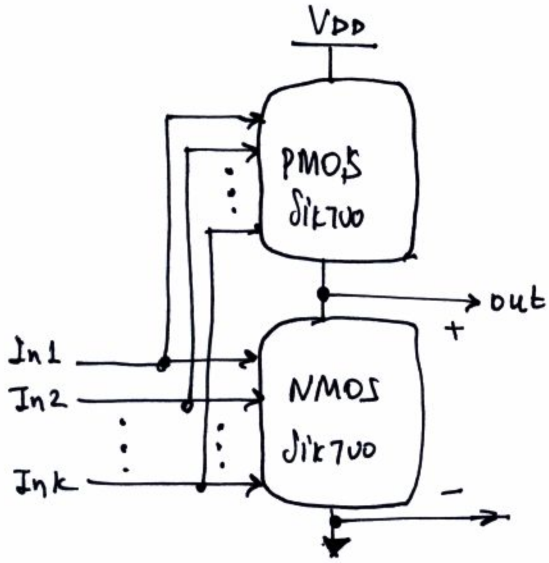


Προσέξτε ότι τώρα στη χωρητικότητα της εξόδου συμβάλλει τόσο το Gate του NMOS τρανζίστορ όσο και του PMOS διπλασιάζοντας την καθυστέρηση της πύλης.



▲ Σύνθετες CMOS πύλες

Τώρα θα δείξουμε πως μπορούμε να σχεδιάσουμε σύνθετες λογικές πύλες CMOS. Μια γενική CMOS πύλη αποτελείται από ένα PMOS δίκτυο και ένα NMOS δίκτυο. Κάθε είσοδος συνδέεται σε τόσα PMOS τρανζίστορ όσα και NMOS



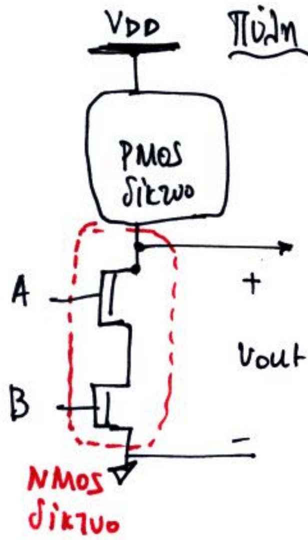
Τα 2 δίκτυα αποτελούνται ακριβώς από τον ίδιο αριθμό τρανζίστορ και η λειτουργία τους είναι συμπληρωματική.

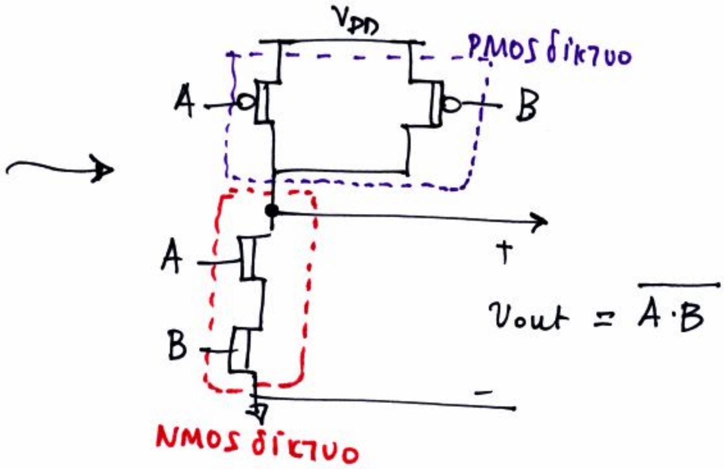
Το NMOS δίκτυο σχεδιάζεται όπως ακριβώς σχεδιάζονται και για τις πύλες που γνωρίσαμε μέχρι τώρα στις οποίες το κομμάτι της ανόδου της εξόδου στο VDD το αναλάμβανε μια αντίσταση R_L (pull-up resistor). Τώρα τη δουλειά αυτή καλείται να την εκτελέσει το PMOS δίκτυο. Η σχεδίαση του βασίζεται σε έναν πολύ απλό κανόνα:

"Όσα τρανζίστορ είναι σε σειρά στο NMOS δίκτυο συνδέονται παράλληλα στο PMOS δίκτυο ενώ όσα τρανζίστορ είναι παράλληλα στο NMOS δίκτυο τα συνδέουμε σε σειρά στο PMOS δίκτυο"

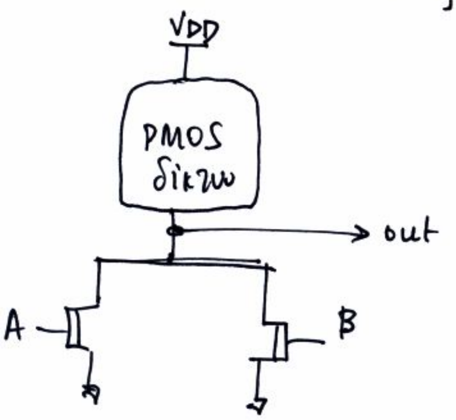
Ας ξεκινήσουμε από τις απλές λογικές πύλες NAND και NOR για τις οποίες γνωρίζουμε να σχεδιάζουμε το NMOS δίκτυο τους.

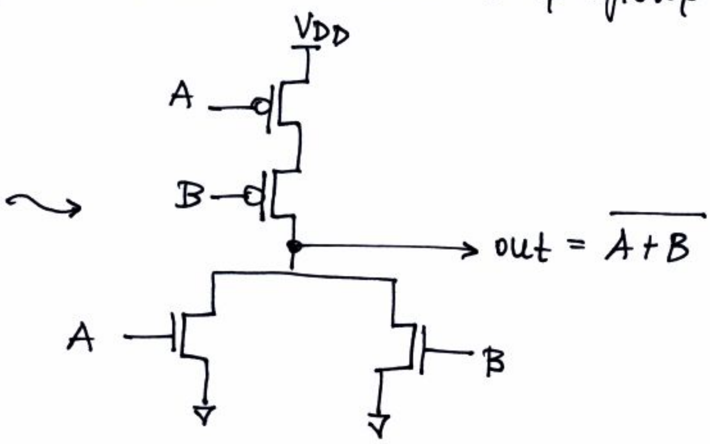
Πύλη NAND : Στο NMOS δίκτυο έχουμε 2 τρανζίστορ σε σειρά. Άρα μετά τον κανόνα πρέπει να φτιάξουμε ένα PMOS δίκτυο στο οποίο θα έχουμε 2 τρανζίστορ παράλληλα.



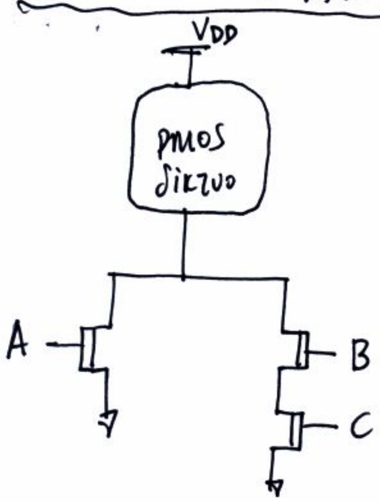


Πύλη NOR: NMOS δίκτυο με 2 τρανζίστορ παράλληλα. Επομένως το PMOS δίκτυο της CMOS πύλης πρέπει να αποτελείται από 2 τρανζίστορ σε σειρά.





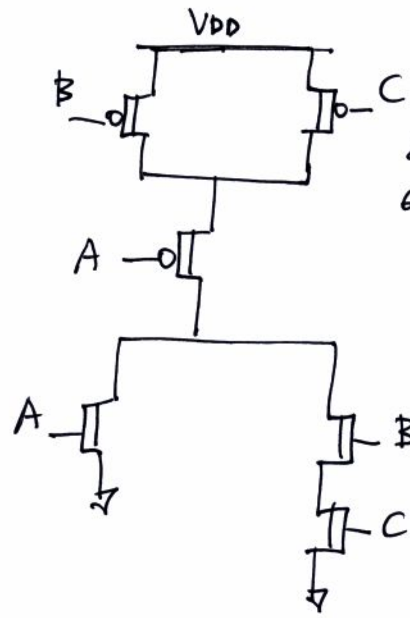
Πιο σύνθετη πύλη AOI (AND-OR-INVERT) ⇒ $F=\overline{A+B\cdot C}$



NMOS

B, C σε σειρά

A παράλληλο σε ζεύγος (B,C)



PMOS

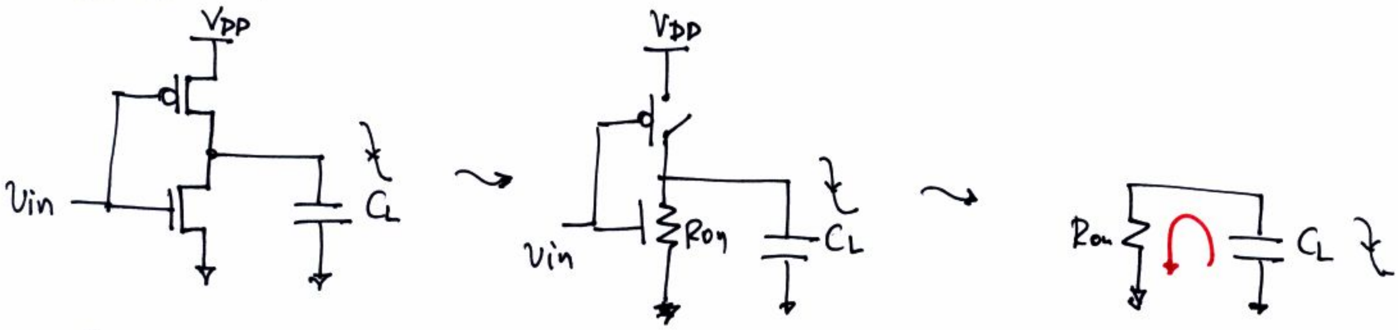
B, C παράλληλα

Ζεύγος (B,C) σε σειρά με A

⓫ Υπολογισμός της Κατανάλωσης Ισχύος πυλών CMOS

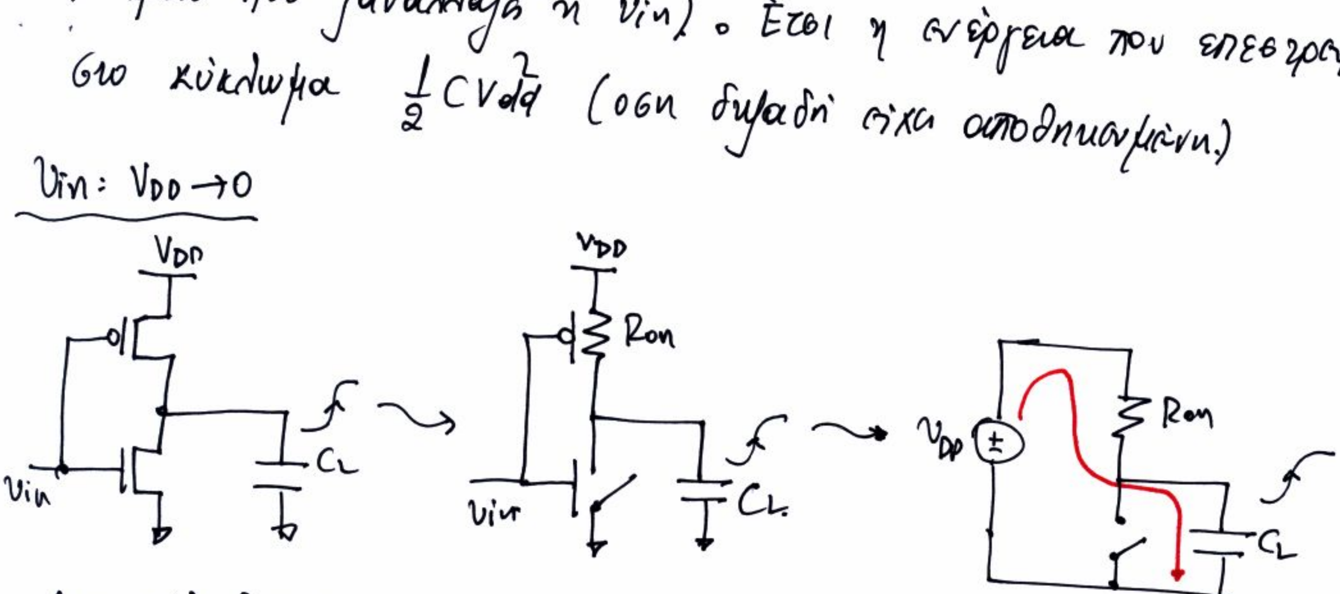
Αφού μάθαμε να σχεδιάζουμε CMOS πύλες και είδαμε το βασικό τρόπο λειτουργίας τους ήρθε η ώρα να αναλύσουμε την κατανάλωση ισχύος τους. Σίγουρα περιμένουμε να μην έχει καμμιά στατική συνιστώσα αφού αυτός είναι και ο κύριος λόγος που τις χρησιμοποιούμε. Ας δούμε την περίπτωση ενός αναστροφέα που οδηγεί μια χωρητικότητα C_L (μοντελοποιεί τη χωρητικότητα του Gate του τρανζίστορ μιας επόμενης πύλης) και για τις δύο μεταβάσεις της εισόδου.

$V_{in}: 0 \to V_{DD}$



Δεν υπάρχει στατική κατανάλωση ισχύος αφού όταν θα ολοκληρωθούν τα μεταβατικά φαινόμενα ο πυκνωτής ανοιχτοκύκλωμα και η Ron δε θα διαρρέεται από ρεύμα. Ο πυκνωτής αρχικά φορτισμένος σε VDD και αποφορτίζεται πλήρως σε 0 Volt. (Ο χρόνος αποφόρτισης μικρότερος από το χρόνο που ξανάλλαξε η Vin). Έτσι η ενέργεια που επέστρεψε στο κύκλωμα $\frac{1}{2}CV_{dd}^2$ (όση δηλαδή είχε αποθηκευμένη.)

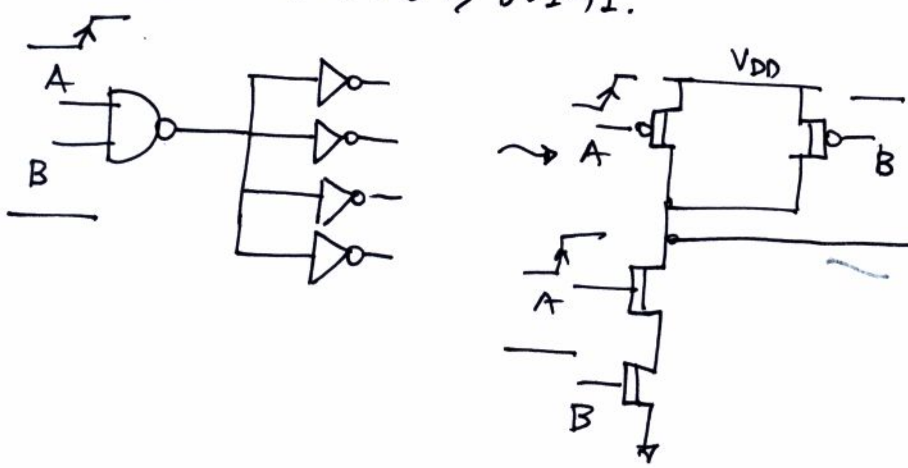
$V_{in}: V_{DD} \to 0$

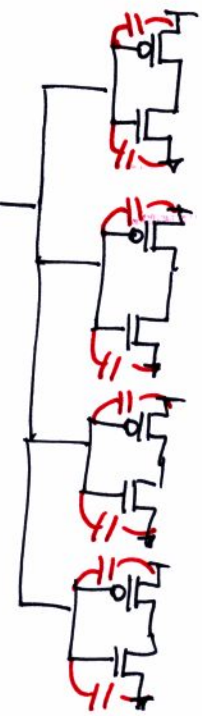


Και πάλι δεν έχουμε στατική ισχύ παρά μόνο δυναμική κατανάλωση ενέργεια. Η πηγή τάσης έδωσε για τη φόρτιση ενέργεια συνολική $C_L V_{DD}^2$. Το $\frac{1}{2}C_L V_{DD}^2$ αποθηκεύτηκε στον πυκνωτή ενώ το άλλο μισό καταναλώθηκε στην αντίσταση.

Έτσι ουσιαστικά στις CMOS πύλες καταναλώνουμε δυναμική ενέργεια μόνο όταν οι έξοδοι των πυλών κάνουν μετάβαση από το 0 → 1. Στην αντίθετη περίπτωση η αποθηκευμένη ενέργεια επαναπροσφέρεται πίσω στο κύκλωμα και καταλήγει στο GND. Επομένως, το μικρό πλήθος μεταβάσεων στους κόμβους ενός κυκλώματος οδηγεί πάντα σε μικρή κατανάλωση ισχύος.

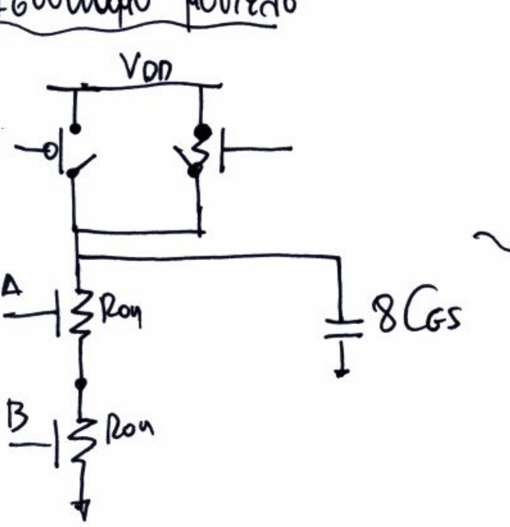
- Ποια είναι η κατανάλωση ισχύος μιας CMOS πύλης NAND που οδηγεί στην έξοδο της 4 αντιστροφείς όταν οι είσοδοι κάνουν μετάβαση $A: 0 \to 1$ $B: 1 \to 1$ και όταν $A: 0 \to 1$ & $B: 1 \to 1$.

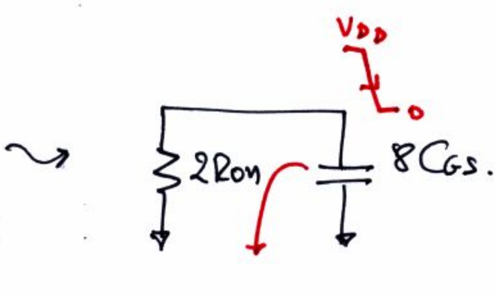




Η έξοδος της πύλης NAND οδηγεί 4 αντιστροφείς
1 αντιστροφέας = 1 NMOS + 1 PMOS τρανζίστορ
Κάθε τρανζίστορ εμφανίζει χωρητικότητα C_{GS}.
Επομένως η έξοδος NAND πύλης οδηγεί χωρητικότητα $8C_{GS}$.

<u>Ισοδύναμο μοντέλο</u>





Η συνολική ενέργεια που θα επιστραφεί στο κύκλωμα

$$\frac{1}{2} 8 \cdot C_{GS} \cdot V_{DD}^2 = 4 C_{GS} V_{DD}^2$$

(αντίστοιχο της αντίστασης)

Στην περίπτωση που το Α και το Β δεν κάνουν μετάβαση άρα όχι μετάβαση στην έξοδο δεν έχουμε καθόλου δυναμική κατανάλωση ισχύος.

Όσον αφορά στη δυναμική κατανάλωση ισχύος δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι είναι άμεσα εξαρτημένη από τη συχνότητα με την οποία αλλάζουν τα σήματα. Η μέση ισχύς είναι $\bar{P} = \frac{E_{TOTAL}}{T}$ ή $\bar{P} = E_{TOTAL} \cdot f$ αν θεωρήσουμε πως το σήμα είναι περιοδικό. Φυσικά από όλες τις φορές που το σήμα αλλάζει μας απασχολούν μόνο εκείνες που προκαλούν μια μετάβαση από 0 σε 1 στην έξοδο. Έτσι αν ένα σήμα αλλάζει με πιθανότητα $\alpha_{0\to 1}$ από 0 σε 1 σε κάθε κύκλο τότε η εκτίμηση για τη μέση δυναμική κατανάλωση ισχύος είναι ίση με $\underline{a \cdot f \cdot C_{(\text{κόμβου})} \cdot V_{DD}^2}$.