

Ανάλυση κυκλωμάτων με Μεταίεση

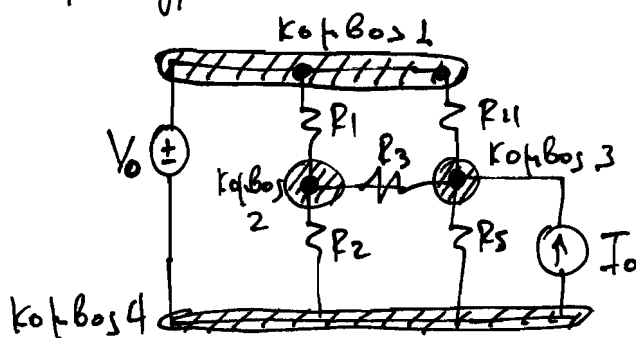
Η ανάλυση ενός κυκλώματος περιλαμβάνει την έρευνα των τιμών των ρευμάτων που διαρρέουν όλους τους κλάδους του κυκλώματος και των τάσεων που αναπτύσσονται στα άκρα των στοιχείων που το απαρτίζουν.

Μεθοδος των κόμβων

Η μεθοδος των κόμβων αποτελεί ένα γαλικό εργαλείο ανάλυσης των κυκλωμάτων η εφαρμογή του αποτελείται από τα παρακάτω βήματα

- Επιλέξε έναν κόμβο αναφοράς η θέσε το δυναμικό στο 0V.
- Εξέφρασε τη τάση του κυκλώματος ως προς τον κόμβο αναφοράς.
- Γράψε τους εξισώσεις που προκύπτουν από τον KCL για κάθε κόμβο του κυκλώματος εκτός του κόμβου αναφοράς.
- Λύσε ως προς τα δυναμικά των κόμβων του κυκλώματος ως προς τον κόμβο αναφοράς.

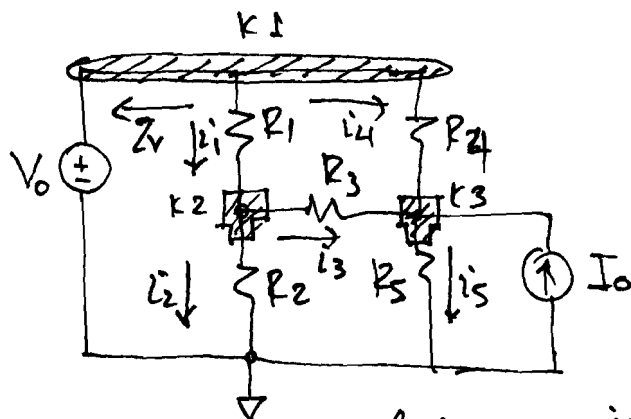
Θα δείξουμε καλύτερα τον τρόπο εφαρμογής της μεθόδου των κόμβων μέσω ενός παραδείγματος



Αρχικά πρέπει να ανακαθορίσει όλους τους κόμβους του κυκλώματος η να διαλέξουμε έναν κόμβο αναφοράς.
 τον κόμβο 4 ως κόμβο με τον περιβάλλοντα

Από τους 4 κόμβους διαλέγουμε "αιδιαίρεση" αναφοράς. Συνήθως είναι καλό να διαλέγουμε τον κλάδο.

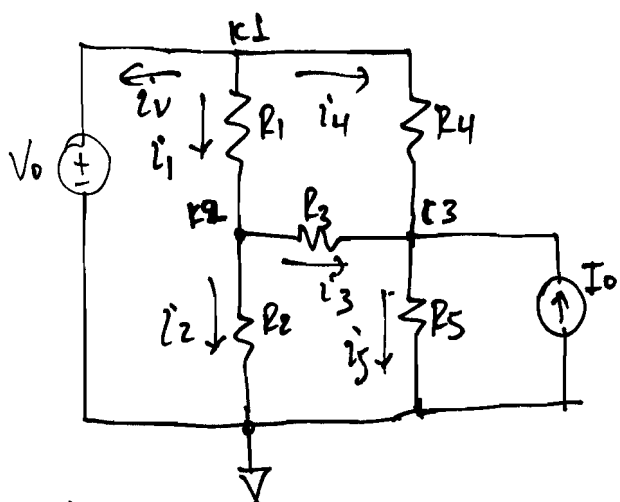
Αφού συμβολίσουμε τον κόμβο αναφοράς με το σήμα \downarrow συνεχίζουμε την ανάλυση μας. Κατά την επίλυση της συνέχειας του κυκλώματος η τάση ή το δυναμικό κάθε κόμβου θα εκφράζεται ως προς τον κόμβο αναφοράς. Αν είχαμε δηλαδή ένα βολτόμετρο θα ήσαν σαν να συνδέαμε τον ένα του ακροδέκτη "μόνιμα" στον κόμβο αναφοράς και να μετακινούσαμε μόνο τον άλλο στους υπόλοιπους κόμβους του κυκλώματος. Επομένως έτσι όταν αναφερόμαστε στο δυναμικό V_2 του κόμβου 2 θα περιγράψουμε ουσιαστικά τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του κόμβου 2 ή του κόμβου 4 που ορίστηκε ως κόμβος αναφοράς ή του ανατέθηκε δυναμικό 0 Volt.



Για να μπορέσουμε να γράψουμε τις εξισώσεις των ρευμάτων για κάθε κόμβο πρέπει πρώτα να θεωρήσουμε κάποια ανθαιρέσει φορά

για τα ρεύματα του κυκλώματος. Έτσι λοιπόν πως κοιτώντας έναν-έναν τους κόμβους θεωρούμε πως το ρεύμα φεύγει από τον κόμβο. Ξεκινώντας την ανάλυση από τον K_1 μέσα στο K_2 ή στη συνέχεια στον K_3 . Για παράδειγμα το ρεύμα i_1 αποκαθίσταται πως θα φεύγει από το K_1 αλλά όταν επισκευθείκαμε τον K_2 δεν αναμένουμε την προηγούμενη αήρεση ή το ρεύμα i_1 τελικά φτάνει στον K_2 . Έτσι έγινε η με τα υπόλοιπα ρεύματα.

Ιδιαίτερα στον K_3 το ρεύμα της πηγής ρεύματος I_0 θεωρούμε ότι φτάνει στον K_3 αλλά υπάρχει λόγος να αφαιρούμε τη φορά εφόσον πρόκειται για μια πηγή ρεύματος. Αν μέσα στην επίλυση τα ρεύματα προκύψουν αρνητικά σημαίνει πως η αρχική θεωρητική ήταν λανθασμένη ή η πραγματική φορά του ρεύματος είναι αντίθετη απ'αυτήν που διαλέξαμε.



Γραφούμε τον KCL για κάθε κόμβο.

$$\underline{K1}: i_v + i_1 + i_4 = 0$$

$$\underline{K2}: i_1 = i_2 + i_3$$

$$\underline{K3}: i_3 + I_0 = i_5$$

Από αυτές τις εξισώσεις βέβαιος μόνος είναι να βρούμε τα δυναμικά του κάθε κόμβου σε σχέση με τον κόμβο αναφοράς. Πρέπει δηλαδή από το νόμο του Ohm να αντικαταστήσουμε τη τιμή των ραφών σε σχέση με τις διαφορές δυναμικών στα άκρα των αντιστάσεων. Δυστυχώς για τα ρεύματα που διαρρέουν τις πηγές τάσης δεν μπορούμε να παίρνουμε κάτι ανάλογο. Συμφέρει πως κατάλογα με τη φορά του ρεύματος καθορίζεται ο τρόπος που γράφουμε τη διαφορά δυναμικών. Αποφασίσαμε για τα στοιχεία που καταναλώνουν ενέργεια το ρεύμα να κινείται από το υψηλότερο στο χαμηλότερο δυναμικό. Έτσι έχουμε:

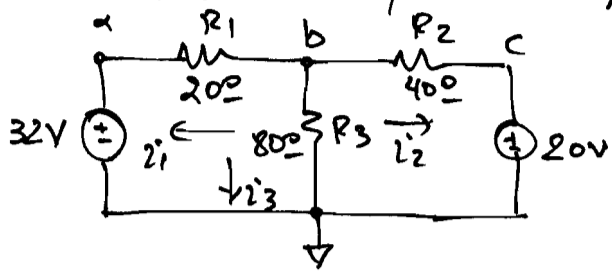
$$\underline{K1}: i_v + \frac{v_{K1} - v_{K2}}{R_1} + \frac{v_{K1} - v_{K3}}{R_4} = 0$$

$$\underline{K2}: \frac{v_{K1} - v_{K2}}{R_1} = \frac{v_{K2} - \phi}{R_2} + \frac{v_{K2} - v_{K3}}{R_3}$$

$$\underline{K3}: \frac{v_{K2} - v_{K3}}{R_3} + I_0 = \frac{v_{K3} - \phi}{R_5}$$

Στην 1η εξίσωση παράγεται άγνωστο το i_v αφού δε μας απασχολεί ερώσεων γινώσκουμε το δυναμικό v_{K1} . Η πηγή τάσης V_0 έχει συνδεθεί στα άκρα της στον κόμβο $K1$ ή τον κόμβο αναφοράς. Επομένως $v_{K1} = V_0$. Άρα χρησιμοποιώντας τη εξίσωση για τον $K2$ ή $K3$ (άγνωστοι: v_{K2} ή v_{K3}) η αντικαθιστώμεθα όπου v_{K1} την τιμή V_0 μπορούμε να βρούμε τα δυναμικά στους κόμβους $K2$ ή $K3$.

Στη συνέχεια με 2 παραδείγματα θα περιγράψουμε την προβληματική περίπτωση των "αιωρούμενων" (floating) πηγών. Στις πηγές αυτές πάντοτε από τα άκρα τους δεν είναι συνδεδεμένα σε έναν κοινό δυναμικό, ούτε συσφίγγονται σε κάποιο μοτίβο από άλλες πηγές γάλα προς τον κοινό αναφοράς.



Θέλουμε με τη μέθοδο των κυβλών να βρούμε το δυναμικό του κόμβου b.
 → Ανάθεσε κόμβο αναφοράς
 → Ανάθεσε φορά ρεύματος ξεκινώντας από τον κόμβο b.

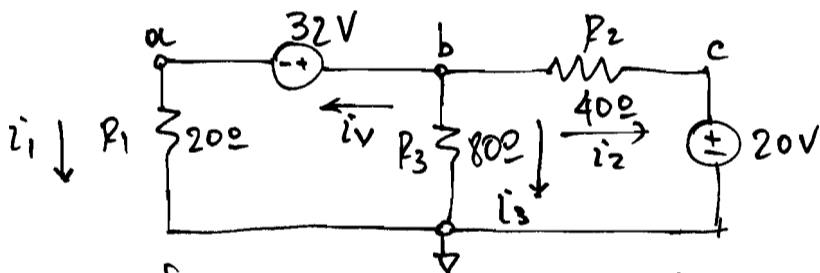
Είτσι έχουμε για τον b: $i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{v_b - v_a}{R_1} + \frac{v_b - v_c}{R_2} + \frac{v_b - 0}{R_3} = 0$$

Λόγω συνδέσεων πηγών είναι $v_a = 32V$ ή $v_c = 20V$.

Επομένως $\frac{v_b - 32V}{20\Omega} + \frac{v_b - 20V}{40\Omega} + \frac{v_b}{80\Omega} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{v_b = 24V}}$

Ας αλλάξουμε τη θέση τη πηγής γάλα με 32V.



Τώρα για κανένα άκρο της πηγής δεν είναι συνδεδεμένο στον κοινό αναφοράς. Η συνδέση

αυτή δημιουργεί μερικά προβλήματα στην εφαρμογή της μεθόδου των κυβλών τα οποία όμως λύνονται με απλό τρόπο.

Από τον ΚΚΕ στον κόμβο b: $i_1 + i_3 + i_2 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow i_1 + \frac{v_b - 0}{R_3} + \frac{v_b - v_c}{R_2} = 0$

Το i_1 δε μπορώ να το αντικαταστήσω εύκολα διαφέρει μια πηγή γάλα με.

Το μόνο που μπορώ να κάνω να βρω είναι κόμβο στον οποίο συσφίγγεται ή να εμφανίσω εἰσοδο ή μια 2η εξίσωση

Πηγαίνουμε λοιπόν στον κόμβο αο Εκεί από τον ΚCL έχουμε

$$i_v = i_1 \Rightarrow i_v = \frac{v_a - 0}{R_1}$$

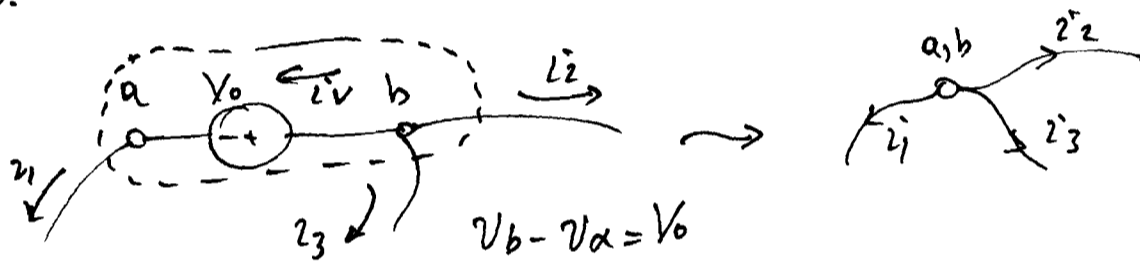
Αντικαθιστούμε αυτή την τιμή στην προηγούμενη εξίσωση η έχουμε πως

$$\frac{v_a}{R_1} + \frac{v_b}{R_3} + \frac{v_b - v_c}{R_2} = 0$$

1) πάλι λόγω συνδέσεων γνωρίζουμε ότι $v_c = 20V$ αφού η το βολτατικό $v_b - v_a = 32V$ επομένως η v_b μόνη μπορούμε

να λύσουμε ως προς $v_b \Rightarrow \frac{v_b - 32}{R_1} + \frac{v_b}{R_3} + \frac{v_b - 20}{R_2} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{v_b = 24V}}$

Στην ουσία για την αντιμετώπιση της "αυτοφάνης" πηγής είναι σαν να δημιουργήσαμε έναν υπέρκοβο μεταξύ του α η του β.



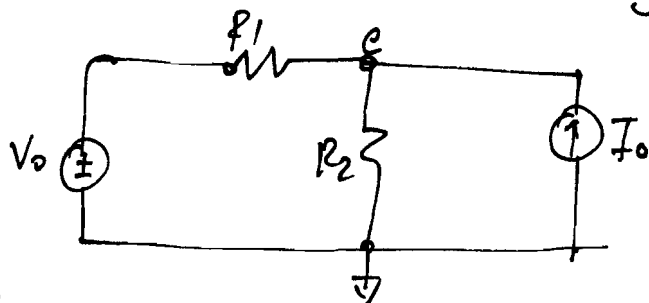
Αυτό γιατί ουσιαστικά το ρεύμα i_v όπως το υπολογίσαμε να βγαίνει από τον κόμβο β έρχεται αμέσως το αντικαταστήσει όταν εισέρχεται στον κόμβο α. Έτσι όπως αν δημιουργήσε έναν υπέρκοβο μεταξύ των α η β θα μπορούσαμε να γράφουμε

από 'εξ' δεξιά πως $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ από ΚCL στο α,β.

Δεν πρέπει όμως να ξεχνάμε ότι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των α η β είναι υπαρκτή η ίση με V_0 .

Αρχή της επαλληλίας

Ας εξετάσουμε τι συμβαίνει σε ένα κλειστό κύκλωμα με 2 πηγές.



Με αυτήν εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων στον κόμβο e μπορούμε να γράψουμε πως

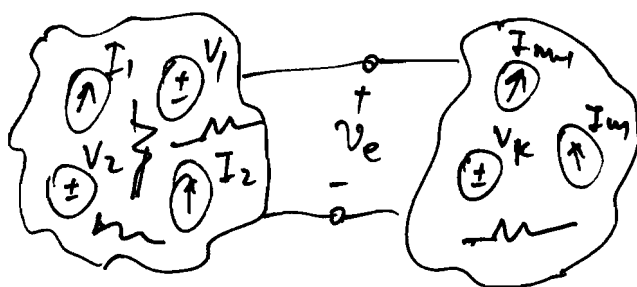
$$\frac{V_0 - v_e}{R_1} + I_0 = \frac{v_e}{R_2}$$

Το V_0, I_0 είναι γνωστά το ίδιο η τα R_1 ή R_2 . Επομένως η μόνη άγνωστη παράμετρος είναι η v_e . Αλλάζοντας δεξιά τη μορφή της εξίσωσης προώθητά σου.

$$v_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} I_0 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_0$$

Με άλλη λογική το δυναμικό του κόμβου e μπορεί να εκφραστεί σαν ο γραμμικός συνδυασμός της συνεισφοράς κάθε μιας πηγής χωριστά (ανεξάρτητα πηγής τάσης ή ρεύματος)

Η αρχή αυτή που προέκυψε είναι πιο γενική ή ισχύει για ένα οποιοδήποτε γραμμικό κύκλωμα.



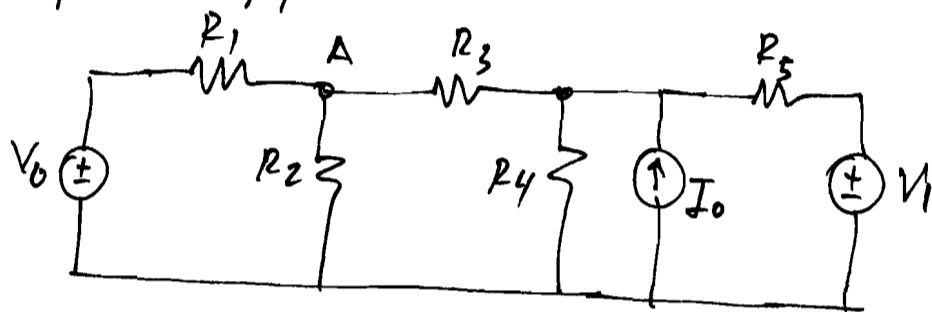
Όπου η τάση v_e μπορεί να προκύψει αν κάθε πηγή δρα ανεξάρτητα.

$$v_e = a_1 \cdot V_1 + a_2 \cdot V_2 + \dots + a_k \cdot V_k + b_1 I_1 + b_2 I_2 + \dots + b_m I_m$$

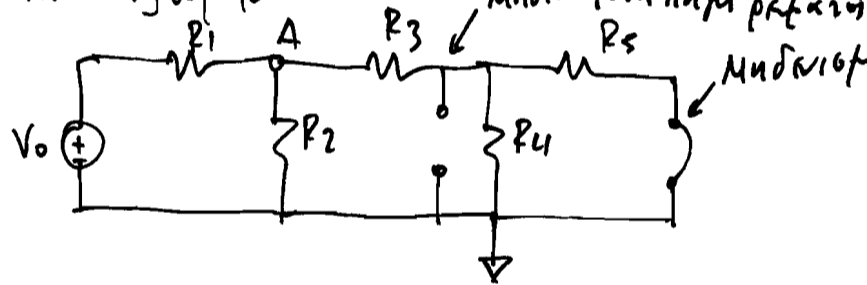
Έτσι με τη βοήθεια της αρχής της επαλληλίας μπορούμε να χωρίσουμε την ανάλυση ενός κυκλώματος σε επιμέρους βήματα τα οποία μπορούμε να εκτελέσουμε τακτικά. Ο ορισμός της αρχής της επαλληλίας είναι ο εξής:

" Σε κάθε γραμμικό κύκλωμα το ρεύμα ή η τάση οποιοδήποτε κλάδου ή κόμβου που προέρχεται από την επίδραση περιβάλλοντων από μια ανεξάρτητη πηγή είναι ίσα με

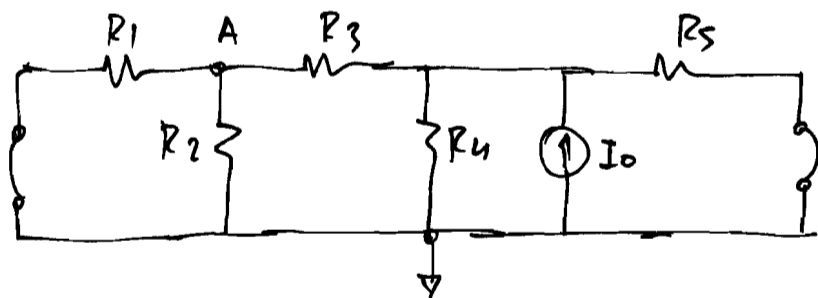
Παράδειγμα: Θέλουμε να υπολογίσουμε την τάση του κόμβου A ως προς τον κόμβο αναφοράς.



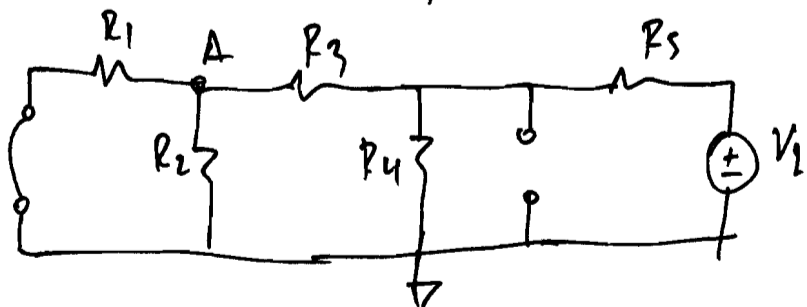
Θα εφαρμόσουμε την αρχή της επαλληλίας εμφανίζοντας 3 ανεξάρτητα υποκίβητα



$$V_A^{(1)} = \frac{(R_3 + R_4 // R_5) // R_2}{R_1 + R_2 // (R_3 + R_4 // R_5)} \cdot V_0$$



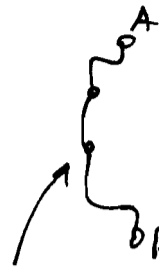
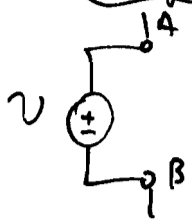
$$V_A^{(2)} = \frac{R_1 // R_2 \cdot (R_4 // R_5) \cdot I_0}{R_1 // R_2 + (R_3 + R_4 // R_5)}$$



$$V_A^{(3)} = \frac{R_1 // R_2}{(R_1 // R_2) + (R_3 + R_4 // R_5)} \cdot \left(\frac{R_4 // R_5}{R_5}\right) \cdot V_1$$

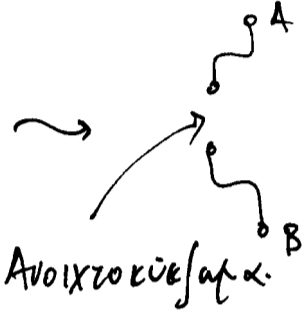
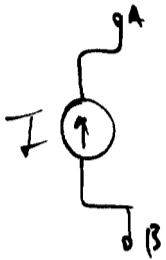
Η τελική τιμή του δυναμικού στον κόμβο A είναι όσο το άθροισμα των $V_A^{(1)}$, $V_A^{(2)}$ & $V_A^{(3)}$.

Πως μηδενίζεται μια πηγή τάσης



Την αφαιρούμε από το κύκλωμα και την αντικαθιστούμε από ένα βραχύ κύκλωμα. Έτσι η διαφορά δυναμικού μεταξύ βραχυκύκλιμα των άκρων της πηγής είναι 0.

Πως μηδενίζεται μια πηγή ρεύματος



Ανοικτοκύκλωμα.

Την αφαιρούμε από το κύκλωμα ή αφηίνουμε τα κέρα αβιδά. Έτσι δημιουργείται ένα ανοικτοκύκλωμα που δε επιτρέπει τη ροή ρεύματος (απ'αλλού τον κόμβο με αποτέλεσμα να μηδενιστεί έτσι η δυναμότητα της πηγής ρεύματος).

μηδενιστεί έτσι η δυναμότητα της πηγής ρεύματος.