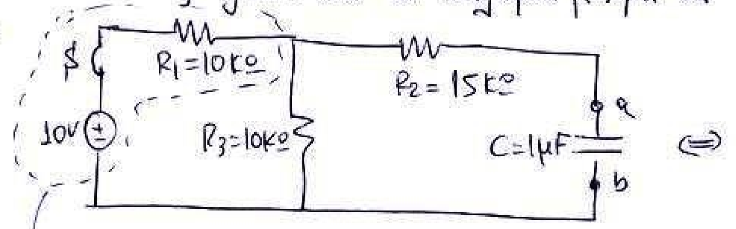
# ΗΥ-121: Ηλεκτρονικά κυκλώματα

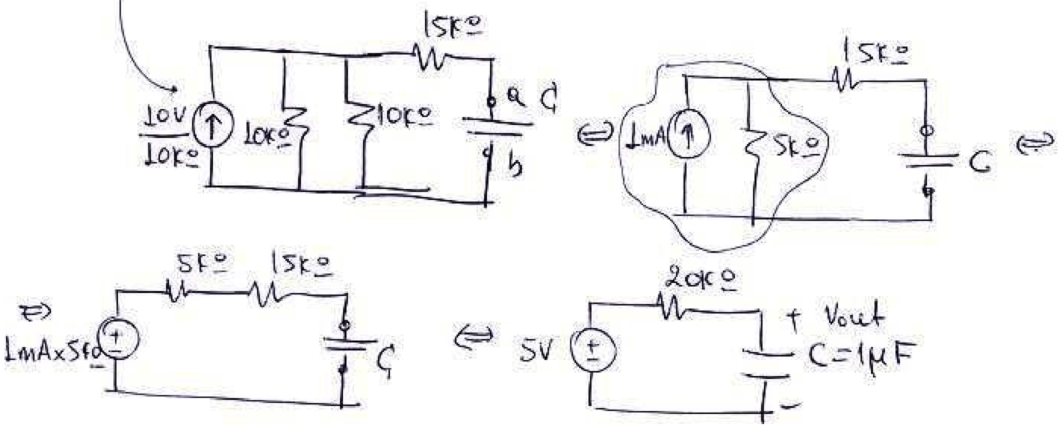
Γιώργος Δημητρακόπουλος

## 2ο σετ ασκήσεων – Λύσεις

### Άσκηση 1η

Για $t=0$ ο διακόπτης κλείνει τότε το κύκλωμα μπορεί να μετασχηματιστεί ως εξής:




Από όπου προκύπτει ότι $V_{out} + 20msec \frac{dV_{out}}{dt} = 5V$ ή

ισοδύναμα $\frac{dV_{out}}{dt} = 5 - \frac{1}{20msec} \cdot V_{out}$

Γνωρίζουμε ότι $V_{out}(t) = \left[ V_{out}(0^+) - V_{out}(\infty) \right] e^{-\frac{t}{20ms}} + V_{out}(\infty)$

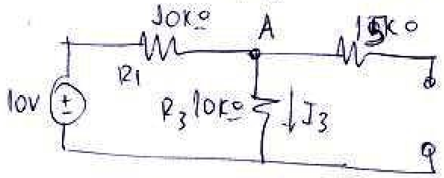
Εφόσον ο πυκνωτής αφόρτιστος πριν κλείσει ο διακόπτης η αρχική συνθήκη θα ισχύει το ίδιο. Επομένως $V_{out}(0^-) = V_{out}(0^+) = 0V$

Η τελική τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή όταν περάσει πολύς χρόνος είναι $V_{out}(\infty) = 5V$. (ο πυκνωτής θα φορτιστεί πλήρως)

Έτσι προκύπτει πως $V_{out}(t) = 5(1 - e^{-t/20ms})$.

$\boxed{2}$

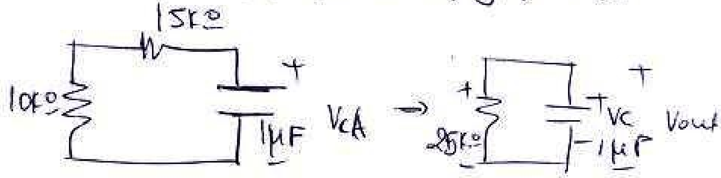
Εφόσον θα έχει περάσει πολύς χρόνος και θα έχουν ολοκληρωθεί τα μεταβατικά φαινόμενα ο πυκνωτής συμπεριφέρεται σαν ανοιχτοκύκλωμα. Σε αυτήν την περίπτωση το κύκλωμα ισοδύναμα μπορεί να αναπαρασταθεί ως εξής:




Το ρεύμα που διαρρέει την $R_3$ είναι 160 μΑ $I_3 = \frac{V_A}{R_3}$, $V_A = \frac{R_3}{R_1+R_3} 10V$ →

$$\rightarrow I_3 = \frac{\frac{R_3}{R_1+R_3} 10V}{R_3} = \frac{10V}{R_1+R_3} = \frac{1}{2} mA$$

Τη στιγμή που ο διακόπτης ξανανοίγει τη χρονική στιγμή $t_0 = 40msec$ τότε η αντίσταση $R_1$ δε διαρρέεται από ρεύμα και μπορεί να παραληφθεί. Το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:




Σε αυτήν την περίπτωση ο πυκνωτής θα εκφορτιστεί μέσω της αντίστασης των 25kΩ. Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει αυτή τη διαδικασία είναι η εξής: $v_R + v_C = 0 \rightarrow 25k\Omega \cdot 1\mu F \frac{dv_C}{dt} + v_C = 0$

Η τελική λύση που προκύπτει είναι:

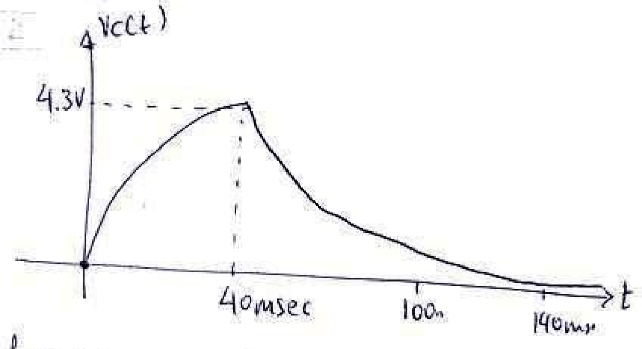
$$v_C(t) = [v_C(40) - v_C(\infty)] e^{-\frac{(t-40)}{25msec}} + v_C(\infty)$$

Σημειώνουμε ότι ο πυκνωτής τη στιγμή $t_0 = 40msec$ είχε φορτιστεί και η διαφορά δυναμικού στα άκρα του ήταν $v_C(40) = 5(1 - e^{-\frac{40ms}{20ms}}) = 4.3V$

Ενώ η $v_C(\infty) = 0V$ εφόσον ο πυκνωτής εκφορτίζεται

$$v_C(t) = 4.3 e^{-\frac{(t-40)}{25}} \text{ msec.}$$

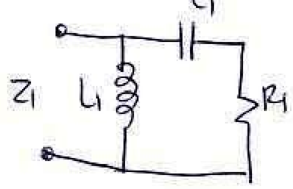
Έτσι συνολικά:




Η τελική τιμή του ρεύματος $\underline{I_3=0A}$

## ΑΣΚΗΣΗ 2η

(A)




Η συνολική αμπέδηση είναι ίση με $Z_1=Z_L//(Z_C+R)$

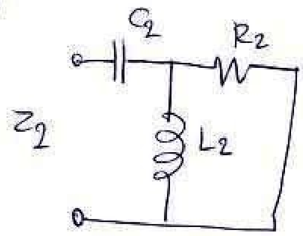
$$\left.\begin{aligned} Z_L &= j\omega L_1 \\ Z_C &= \frac{1}{jC_1\omega}\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Z_1 = j\omega L_1 // \left(R_1+\frac{1}{j\omega C_1}\right) = j\omega L_1 // \left(\frac{1+R_1C_1j\omega}{j\omega C_1}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{j\omega L_1}+\frac{j\omega C_1}{1+j\omega R_1C_1}\right)^{-1} = \frac{j\omega L_1\cdot(1+j\omega R_1C_1)}{1+j\omega R_1C_1+j^2\omega^2L_1C_1} =$$

$$= \frac{-\omega^2 RL_1C_1+j\omega L_1}{1-\omega^2L_1C_1+j\omega R_1C_1}$$

(B)




Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε $Z_2 = Z_C+(Z_L//R) =$

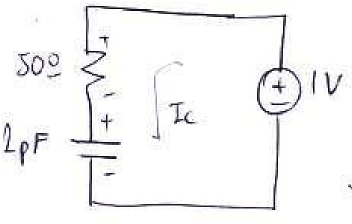
$$= \frac{1}{j\omega C_2}+(j\omega L_2//R) = \frac{1}{j\omega C}+\left(\frac{1}{j\omega L_2}+\frac{1}{R_2}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{1}{j\omega C_2}+\frac{j\omega R_2L_2}{R_2+j\omega L_2} = \frac{R+j\omega L+j^2\omega^2RLC}{j\omega RC+j^2\omega^2LC} = \frac{R-\omega^2RLC+j\omega L}{-\omega^2LC+j\omega RC}.$$

4

## ΑΣΚΗΣΗ 3η

Όταν τη χρονική στιγμή $t=0$ ο διακόπτης μεταφέρεται στη θέση B τότε το κύκλωμα είναι ισοδύναμο με το εξής κύκλωμα:



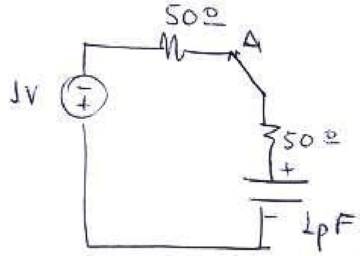

Από το νόμο τάσεων του Kirchoff γνωρίζουμε ότι $1V - I_C \cdot 50 - V_C = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow 1 - 50^{ps}\frac{dV_C}{dt} - V_C = 0 \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{50} - \frac{1}{50}V_C$$

Αρχικά ο πυκνωτής αφόρτιστος άρα $V_C(0^-)=V_C(0^+)=0V$. Μετά από πολύ χρόνο η τελική τάση στα άκρα του πυκνωτή θα είναι ίση με 1V. Δηλαδή $V_C(\infty)=1V$. Οπότε $V_C(t) = [V_C(0^+) - V_C(\infty)]e^{-t/50} + V_C(\infty) \Rightarrow$

$$\boxed{V_C(t) = 1 - e^{-t/50ps}}$$

Τη χρονική στιγμή $t=100ps$ ο διακόπτης μεταβαίνει στη θέση A. Τότε το ισοδύναμο κύκλωμα είναι το εξής:




Η τάση στα άκρα του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t=100ps$ δίνεται από την προηγούμενη σχέση. Έτσι $V_C(100ps) = 1 - e^{-\frac{100}{50}ps} = 0.8647V$

(Όπως παρατηρούμε σε χρόνο 100ps ο πυκνωτής δεν κατάφερε να ολοκληρώσει τη φόρτιση του και αντί για 1V πρόλαβε να φορτιστεί μέχρι τα 0.8647V. Ξέρουμε ότι το φαινόμενο ολοκληρώνεται μετά από χρόνο $5\tau$ όπου $\tau=50ps$. Έτσι εφόσον τα $100ps < 5\tau$ λογικό η τελική τιμή πριν τη μετάβαση του διακόπτη είναι μικρότερη από 1V.)

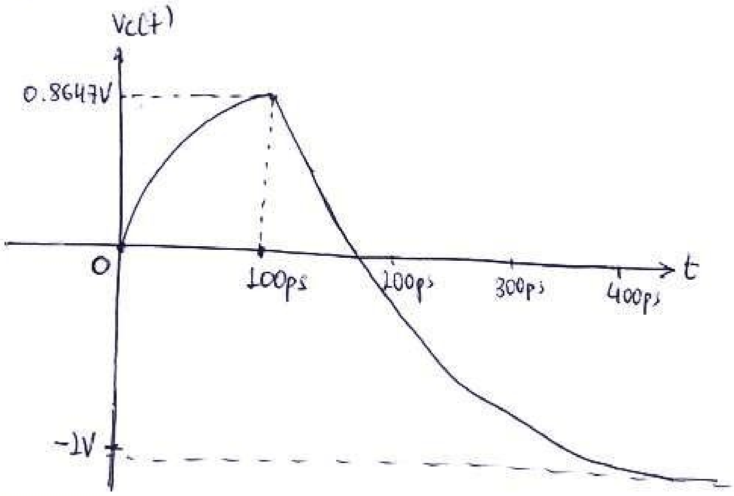
Αντίστοιχα η τελική τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή θα είναι ίση με $V_C(\infty) = -1V$ ενώ η νέα σταθερά χρόνου είναι ίση με $100ps = (50+50)\Omega \cdot 1pF$

Επομένως $V_C(t) = [V_C(100^+) - V_C(\infty)]e^{-(t-100)ps/100ps} + V_C(\infty)$

όπου $t > 100ps$

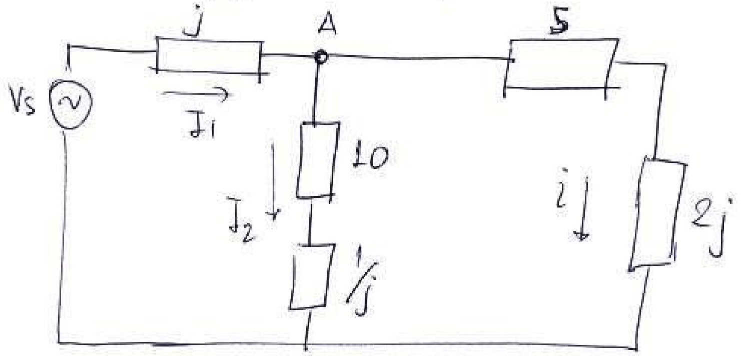
$$= (0.8647+1)e^{-\frac{t-100}{100}} - 1 = -1 + 1.8647e^{-\frac{(t-100)}{100}}$$

Έτσι συνολικά η τάση στα άκρα του πυκνωτή δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα:




## ΑΣΚΗΣΗ 4η

Έχουμε από την πηγή ρεύματος ότι $\omega = 2$ επομένως η εμπέδηση (σύνθετη αντίσταση) των στοιχείων του κυκλώματος είναι οι εξής:




Από τον KCL στον A: $I_1 = I_2 + i \Rightarrow \dfrac{V_S - V_A}{j} = \dfrac{V_A}{10+\frac{1}{j}} + \dfrac{V_A}{5+2j}$

από όπου υπολογίζουμε το $V_A$. Στη συνέχεια το ρεύμα $i$ δίνεται από τη σχέση $i = \dfrac{V_A}{5+2j}$.