Εικόνα: Σε μια επιτραπέζια μπάλα πλάσματος, οι χρωματιστές γραμμές που βγαίνουν από τη σφαίρα αποδεικνύουν την ύπαρξη ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου. Με το νόμο του Gauss, δείχνουμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο που περιβάλλει μια ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα είναι όμοιο με αυτό γύρω από ένα σημειακό φορτίο.

Φυσική για Μηχανικούς

Ο νόμος του Gauss

Εικόνα: Σε μια επιτραπέζια μπάλα πλάσματος, οι χρωματιστές γραμμές που βγαίνουν από τη σφαίρα αποδεικνύουν την ύπαρξη ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου. Με το νόμο του Gauss, δείχνουμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο που περιβάλλει μια ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα είναι όμοιο με αυτό γύρω από ένα σημειακό φορτίο.

Φυσική για Μηχανικούς

Ο νόμος του Gauss

Ο νόμος του Gauss (επανάληψη…)

- **Ηλεκτρική Ροή**

$$\Phi_E = \oint \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{A}$$

- **Η ηλεκτρική ροή διαμέσου οποιασδήποτε κλειστής επιφάνειας γύρω από ένα σημειακό φορτίο q είναι $\boldsymbol{\Phi_{\mathrm{E}} = \mathrm{q}/\epsilon_0}$ και είναι ανεξάρτητη από το σχήμα της.**
- Για πολλά (έστω M) σημειακά φορτία, έχουμε

$$\Phi_E = \oint \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{A} = \oint \sum_{i=1}^{M} \vec{E}_i \cdot d\vec{A}$$

- Για κατανομή φορτίου (**νόμος του Gauss**)

$$\Phi_E = \oint \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

Ο νόμος του Gauss

- **Ο νόμος του Gauss**
  - Συνθήκες Εφαρμογής

1. **Η τιμή του ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να θεωρηθεί σταθερή λόγω συμμετρίας επάνω <u>σε όλη</u> την επιφάνεια**

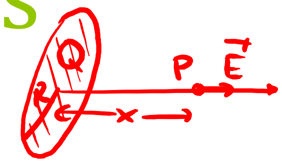
2. **Το εσωτερικό γινόμενο του νόμου του Gauss μπορεί να εκφραστεί ως απλό αλγεβρικό γινόμενο EdA, δηλ. τα $\vec{E}$ και $\mathrm{d}\vec{A}$ είναι παράλληλα**

3. **Το εσωτερικό γινόμενο είναι μηδέν γιατί τα παραπάνω διανύσματα είναι κάθετα**

4. **Το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν σε ένα τμήμα επιφάνειας**

Ο νόμος του Gauss

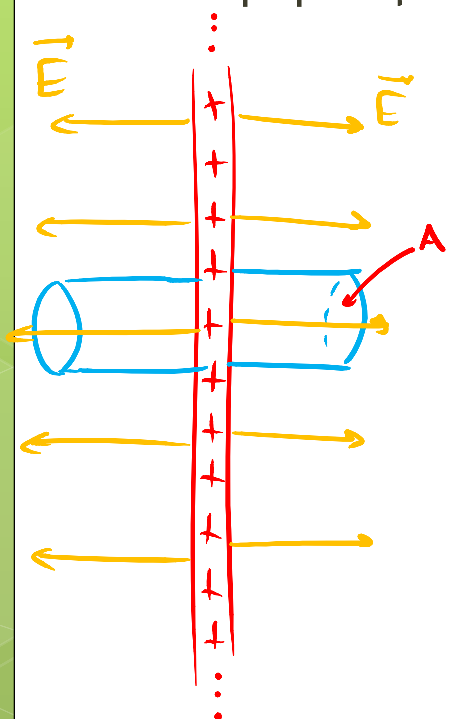
Hint από κυκλικό δίσκο:

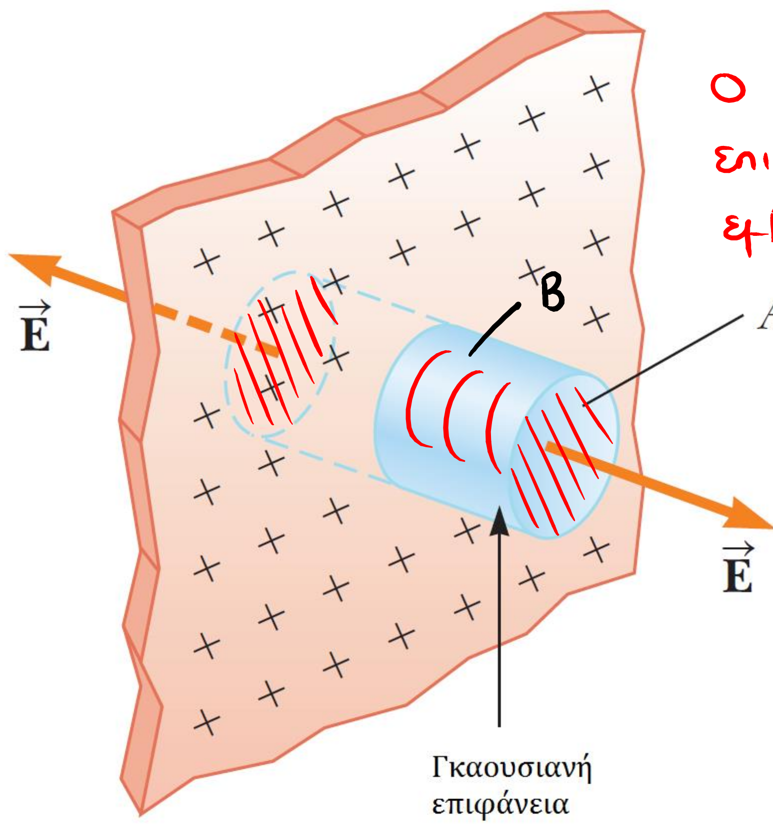


$$E = 2k_e\pi\sigma\left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)$$

$$\lim_{R\to\infty} E = 2k_e\pi\sigma = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

- **Παράδειγμα:**
  - Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο λόγω μιας άπειρης επιφάνειας θετικά φορτισμένης με ομοιόμορφη επιφανειακή κατανομή φορτίου σ.

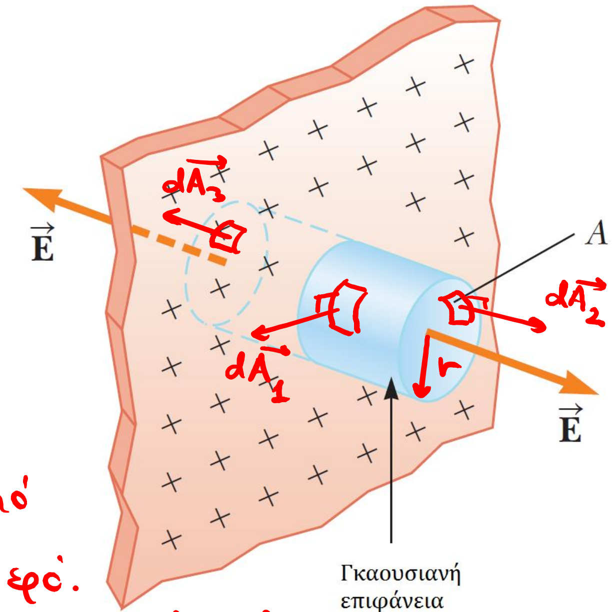




Ο κύλινδρος έχει 3 επιφάνειες: τις 2 με εμβαδό A και τη μία με εμβαδό B (την πλευρική κυλινδρική επιφ.)

Ο νόμος του Gauss

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο λόγω μιας άπειρης επιφάνειας θετικά φορτισμένης με ομοιόμορφη επιφανειακή κατανομή φορτίου σ.



Επιλέγω κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας r.

Το ηλ. πεδίο σε κάθε σημείο που ισαπέχει από την επιφάνεια με οποιοδήποτε άλλο είναι σταθερό.

Ικανοποιείται η συνθήκη (1). Για τις επιφάνειες dA_1, dA_2, dA_3:

Ισχύει $\vec{E} \perp d\vec{A}_1 \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{A}_1 = 0 \Rightarrow$ Ικανοποιείται η (3).

Ισχύει $\vec{E} \,//\, d\vec{A}_2 \,//\, d\vec{A}_3 \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{A}_2 = E\cdot dA_2\cdot\cos 0 = E\cdot dA_2$

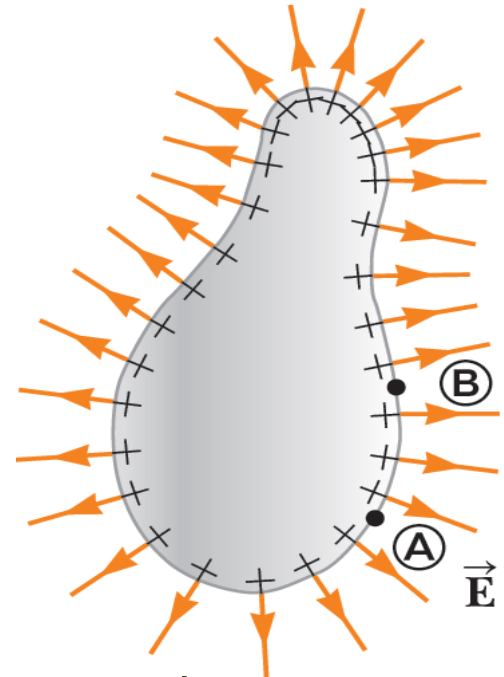
$\vec{E}\cdot d\vec{A}_3 = E\cdot dA_3\cdot\cos 0 = E\cdot dA_3$ | Ικανοποιείται η (2)

Άρα $\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = E\oint dA = E\cdot 2A = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow 2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow E = \frac{\sigma A}{2A\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, ανεξάρτητη της θέσης του σημείου!!!

Ο νόμος του Gauss

- **Αγωγοί – Ηλεκτρικό Πεδίο**
  - Μπορεί κανείς να δείξει ότι ένας στέρεος αγωγός σε ηλεκτροστατική ισορροπία έχει τις ακόλουθες ιδιότητες
    - Το ηλεκτρικό πεδίο ακριβώς **έξω** από τον αγωγό είναι κάθετο στην επιφάνειά του και έχει μέτρο $E = \sigma/\epsilon_0$
    - Το ηλεκτρικό πεδίο **εντός** του αγωγού είναι μηδέν
      - ...είτε ο αγωγός είναι συμπαγής είτε «κούφιος»
    - Αν ο αγωγός είναι μονωμένος και φέρει φορτίο, το φορτίο βρίσκεται στην επιφάνειά του
    - Σε έναν αγωγό ακαθόριστου σχήματος, η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου είναι μεγαλύτερη εκεί που η κυρτότητά του είναι μεγαλύτερη



Εικόνα: Οι διαδικασίες που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας προκαλούν μεγάλες διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα στα σύννεφα και στο έδαφος. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς είναι μια ηλεκτρική εκφόρτιση που τη λέμε «κεραυνό», όπως στην εικόνα.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικό Δυναμικό

Εικόνα: Οι διαδικασίες που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας προκαλούν μεγάλες διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα στα σύννεφα και στο έδαφος. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς είναι μια ηλεκτρική εκφόρτιση που τη λέμε «κεραυνό», όπως στην εικόνα.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικό Δυναμικό

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Εισαγωγή**

  - Στη μελέτη του ηλεκτρισμού ως τώρα, τον σχετίσαμε με την έννοια της ηλεκτρικής *δύναμης*
  - Τώρα, θα συσχετίσουμε τα ηλεκτρικά φαινόμενα με την έννοια της *ενέργειας*
  - Θα ορίσουμε την έννοια του **ηλεκτρικού δυναμικού**
  - Θα περιγράψουμε φαινόμενα με μεγαλύτερη ευκολία απ' ότι με χρήση πεδίων και δυνάμεων
  - Το ηλεκτρικό δυναμικό έχει μεγάλη εφαρμογή στη λειτουργία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων και συσκευών

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
  - Έστω ένα φορτίο q τοποθετείται σε ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$
  - Έστω το φορτίο και το πεδίο ως ένα ***σύστημα***
  - Δύναμη $F_e = qE$ ασκείται στο φορτίο
    - Η δύναμη οφείλεται στο πεδίο
    - Το φορτίο κινείται λόγω της ηλεκτρ. δύναμης
    - Η δύναμη είναι **συντηρητική** και ***εσωτερική*** δύναμη του συστήματος
    - Άρα το έργο της είναι εσωτερικό στο σύστημα
  - Άρα το πεδίο παράγει εσωτερικό έργο στο σύστημα
    - Όπως ακριβώς η βαρύτητα (βαρυτικό πεδίο) στο σύστημα Γης-βιβλίου, όταν το βιβλίο αφήνεται να πέσει από ύψος

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
  - Για μια απειροστά μικρή μετατόπιση $d\vec{s}$ ενός σημειακού φορτίου σε ένα ηλεκτρικό πεδίο
    - Το έργο της ηλεκτρ. δύναμης είναι
    $$dW_{int} = \vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$
    - Θυμηθείτε: το έργο μιας εσωτερικής δύναμης σε ένα σύστημα ισούται με την αρνητική μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας (εδώ: **ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας**)
    $$dW_{int} = -dU$$
    - Άρα
    $$dU = -dW_{int} = -q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$
    - Για πεπερασμένη μετατόπιση από το σημείο (Α) στο (Β) είναι
    $$\Delta\mathrm{U} = -\mathrm{q}\int_{A}^{B} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Η qE δεν εξαρτάται από το μονοπάτι (συντηρητική δύναμη)!

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
  - Για μια συγκεκριμένη θέση του φορτίου στο πεδίο, το σύστημα έχει μια δυναμική ενέργεια U, σε σχέση με μια θέση όπου έχει δυναμική ενέργεια $U = 0$
  - Διαιρώντας τη U με το φορτίο
$$V = \frac{U}{q}$$
  το οποίο ονομάζεται ***ηλεκτρικό δυναμικό*** V
  - Η ***διαφορά δυναμικού*** ορίζεται ως η μεταβολή στην ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος όταν ένα φορτίο q μετακινείται μεταξύ δυο σημείων (A) και (B), δια το φορτίο αυτό:
$$\Delta \mathrm{V} = \frac{\Delta \mathrm{U}}{q} = -\frac{1}{q} q \int_{A}^{B} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_{A}^{B} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
  - Το ηλεκτρικό δυναμικό μετρά δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου: J/C = Volt (V)

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**

$$\Delta V = -\int_{A}^{B} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Δεν εξαρτάται από το φορτίο q, παρά μόνο από το ηλεκτρικό πεδίο!
- Παρατηρήστε ότι Volt = Nm/C
- Όπως και με τη δυναμική ενέργεια που έχουμε δει ως τώρα (βαρυτική, ελαστική), μόνο <u>*διαφορές*</u> δυναμικού έχουν νόημα

  - Πολλές φορές ορίζουμε εμείς ένα σημείο του ηλεκτρικού πεδίου ως μηδενικού δυναμικού

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
  - Προσοχή: η διαφορά δυναμικού δεν είναι το ίδιο με τη διαφορά δυναμικής ενέργειας
    - Η διαφορά δυναμικού μεταξύ (Α) και (Β) υπάρχει αποκλειστικά λόγω **μιας πηγής φορτίου** και εξαρτάται από την κατανομή αυτής
    - Για να υπάρχει διαφορά δυναμικής ενέργειας, πρέπει να υπάρχει ένα σύστημα με τουλάχιστον **δυο** φορτία!
      - Η δυναμική ενέργεια ανήκει στο σύστημα και αλλάζει μόνον αν ένα φορτίο μετακινηθεί σε σχέση με τη θέση ηρεμίας του συστήματος!
  - Σκεφτείτε το όμοια με το ηλεκτρικό πεδίο…
    - Το πεδίο υπάρχει λόγω μιας πηγής φορτίου
    - Η ηλ. δύναμη εγείρεται σε άλλο φορτίο στο χώρο του πεδίου
      - Απαιτούνται δηλαδή τουλάχιστον δυο φορτία!

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**

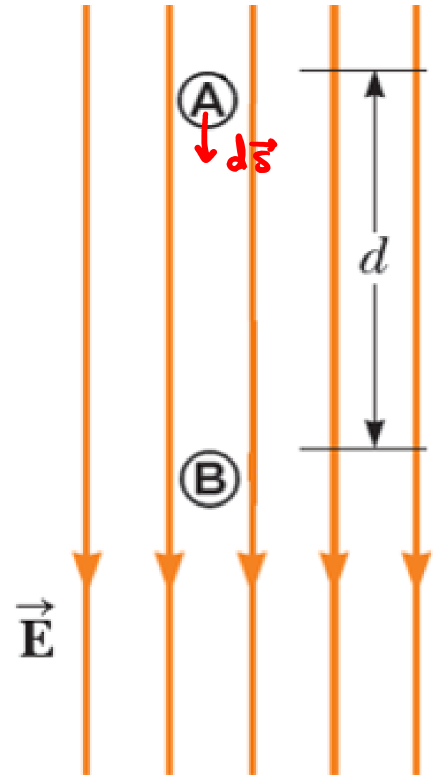
  - Ας θεωρήσουμε τώρα την περίπτωση όπου κάποια **εξωτερική** δύναμη μετακινεί ένα φορτίο στο πεδίο
    - Από ένα σημείο (Α) σε ένα (Β)
    - Χωρίς να αλλάζει την κινητική του ενέργεια
    - Αλλάζει όμως η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια!

  - Το έργο αυτής της δύναμης θα είναι:

$$W_{ext} = \Delta K + \Delta U = 0 + q\Delta \mathrm{V} = q\Delta V$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
  - Ας απλοποιήσουμε τα πράγματα ☺
  - Έστω ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο
  - Ας υπολογίσουμε τη ΔV ανάμεσα στα σημεία (A), (B), απόστασης d



  - Η μετατόπιση $d\vec{s}$ από το (A) στο (B) είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές

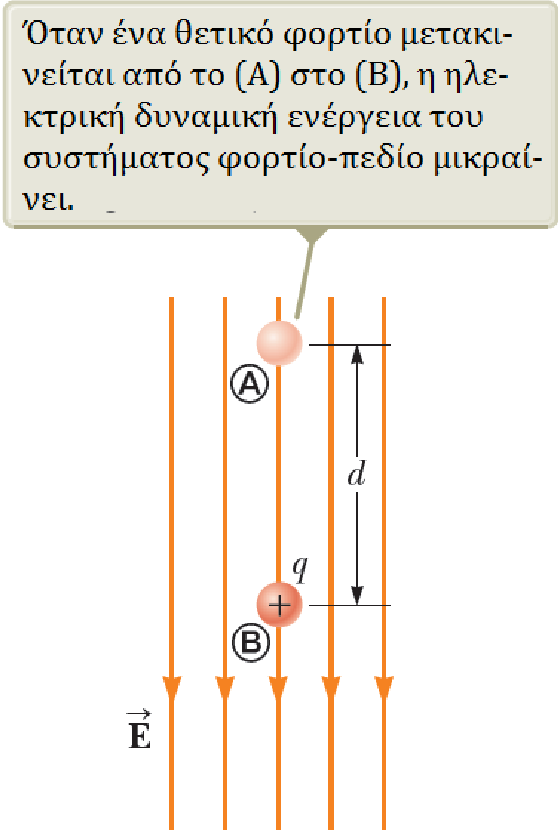
$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_A^B E(ds)\cos 0 = -E\int_A^B ds = -Ed$$

  - Άρα

$$\Delta V = -Ed$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
  - Ας θεωρήσουμε τώρα ένα φορτίο +q που κινείται από το (A) στο (B)
  - Τότε $\Delta U = q\Delta V_{A \rightarrow B} = -qEd$
  - Βλέπουμε ότι ΔU < 0
    - Αυτό σημαίνει ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος φθίνει όταν το θετικό φορτίο κατευθύνεται προς την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών



- Άρα, αν αφήσουμε στη θέση (A) ένα φορτίο q > 0, αυτό θα κινηθεί προς τα «κάτω» λόγω ηλεκτρ. δύναμης
  - Άρα επιταχύνεται → αποκτά κινητική ενέργεια
  - Όσο προχωρά προς τα κάτω, η δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίο-πεδίο μειώνεται εξίσου με την αύξηση της κιν. ενέργειας!
    - Σας εκπλήσσει αυτό; ☺ Γιατί συμβαίνει;

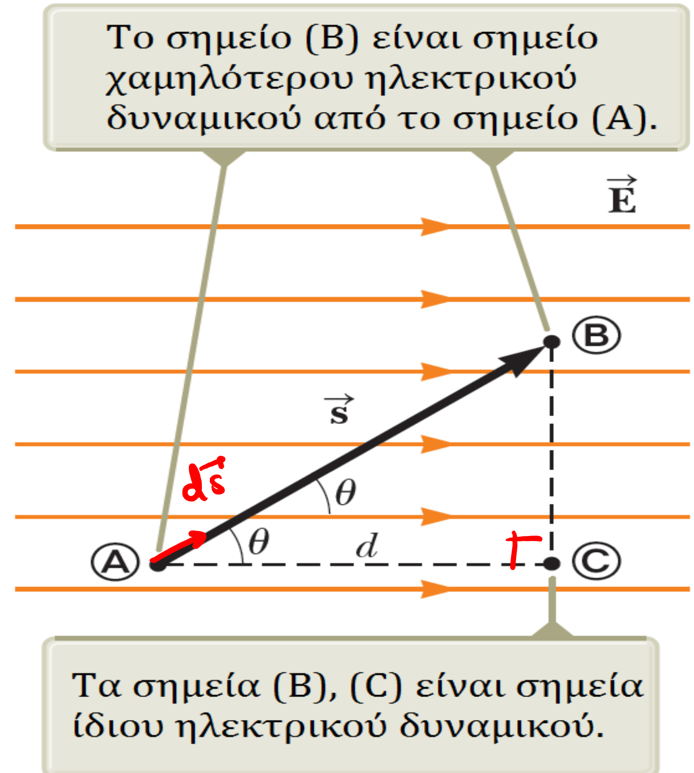
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
  - Ας θεωρήσουμε – στην ίδια διάταξη – τώρα ένα φορτίο −q που κινείται από το (B) στο (A) (δε γίνεται να κινηθεί A → B)
  - Τότε $\Delta U = -q\Delta V_{B\rightarrow A} = -q(Ed) = -qEd$
    - ...αφού τώρα μετράμε $\Delta V_{B\rightarrow A}$ και όχι $\Delta V_{\mathrm{A}\rightarrow\mathrm{B}}$
  - Βλέπουμε ότι πάλι ΔU < 0!
    - Αυτό σημαίνει ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος φθίνει ξανά όταν το αρνητικό φορτίο κατευθύνεται προς αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών
    - Άρα, αν αφήσουμε στη θέση (B) ένα φορτίο q < 0, αυτό θα κινηθεί προς τα «πάνω» λόγω ηλεκτρ. δύναμης
      - Άρα επιταχύνεται → αποκτά κινητική ενέργεια
      - Όσο προχωρά προς τα πάνω, η δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίο-πεδίο μειώνεται εξίσου.

$\vec{x}\cdot\vec{y} = |\vec{x}||\vec{y}|\cos\theta$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
  - Ας γενικεύσουμε τώρα
    - Έστω ότι η μετατόπιση $\vec{s}$ από το (A) στο (B) ΔΕΝ είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές
    - Τότε για τη μετατόπιση $\vec{s}$



$$\Delta V_1 = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\vec{E}\cdot\int_A^B d\vec{s} = -\vec{E}\cdot\vec{s} = -E\underbrace{s\cos(\theta)}_{d} = -Ed$$

γιατί $\cos\theta = \frac{d}{s}$

Άρα για το σύστημα πεδίο-φορτίο

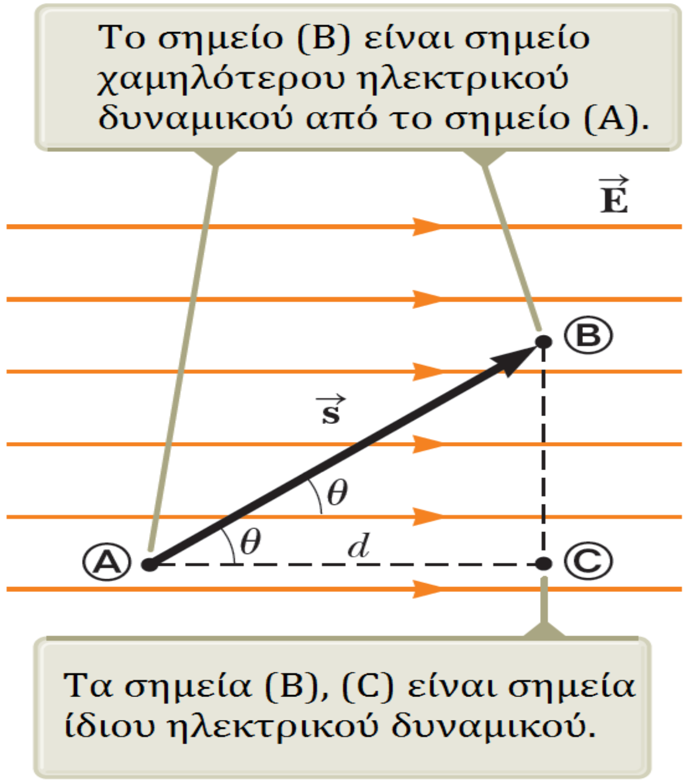
$$\Delta U = -q\vec{E}\cdot\vec{s} = -qEd$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
  - Άρα για το σύστημα πεδίο-φορτίο

$$\Delta U = -q\vec{E}\cdot\vec{s} = -qEd$$

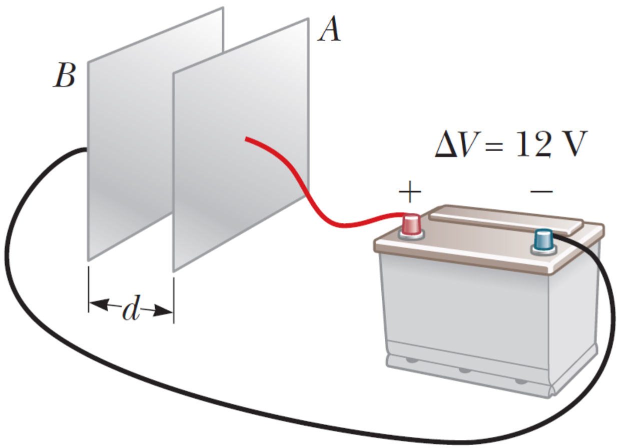
  - Όμως είδαμε πριν ότι



$$\Delta V_2 = -\int_A^C \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\vec{E}\cdot\int_A^C d\vec{s} = -\vec{E}\cdot\vec{s} = -Ed$$

- <u>Συμπέρασμα</u>: *όλα τα σημεία που βρίσκονται σε επίπεδο κάθετο στο πεδίο έχουν ίδιο δυναμικό (ισοδυναμική επιφάνεια)*

Ηλεκτρικό Δυναμικό

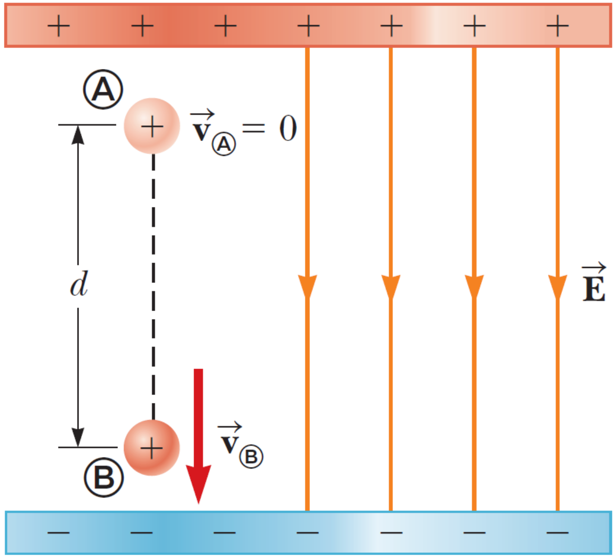


- **Διαφορά Δυναμικού**
  - (μικρό) Παράδειγμα:
    - *Ποιο το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσα στις πλάκες A, B, που απέχουν d=0.3 cm;*
  - Απάντηση:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = 4 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

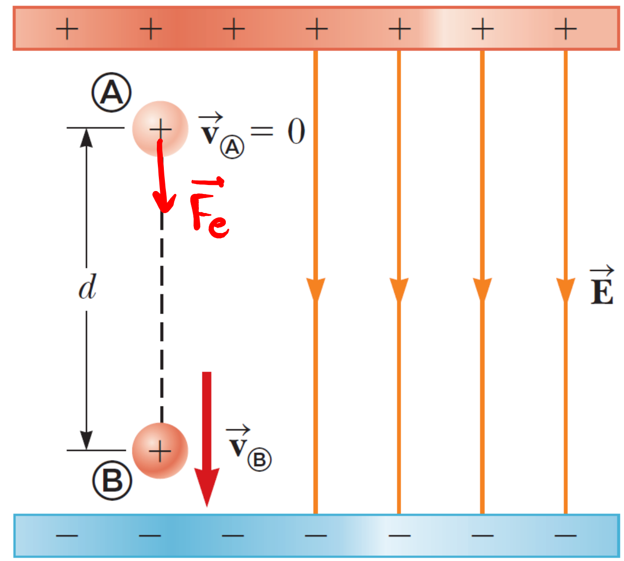
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Παράδειγμα:**
  - Ένα πρωτόνιο αφήνεται από το σημείο (A) σε ομογενές ηλ. πεδίο μέτρου $8 \times 10^4 \frac{V}{m}$. Το πρωτόνιο υπόκειται σε μετατόπιση μέτρου $d = 0.5\, m$ στο σημείο (B) στην κατεύθυνση του $\vec{E}$. Βρείτε την ταχύτητα του πρωτονίου αμέσως μετά τη μετατόπισή του. Θεωρήστε ότι $q = 1.6 \times 10^{-19}\, C$ και $m_p = 1.67 \times 10^{-27}\, kg$.



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Παράδειγμα - Λύση:**
  - Ένα πρωτόνιο αφήνεται από το σημείο (Α) σε ομογενές ηλ. πεδίο μέτρου $8 \times 10^4 \frac{V}{m}$. Το πρωτόνιο υπόκειται σε μετατόπιση μέτρου $d = 0.5\ m$ στο σημείο (Β) στην κατεύθυνση του $\vec{E}$. Βρείτε την ταχύτητα του πρωτονίου αμέσως μετά τη μετατόπισή του. Θεωρήστε ότι $q = 1.6 \times 10^{-19}\ C$ και $m_p = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$.



Θεωρούμε ως απομονωμένο σύστημα το "πεδίο + φορτίο". Οι δυνάμεις που ασκούνται είναι συντηρητικές, οπότε ισχύει η ΑΔΜΕ.

ΑΔΜΕ: $E_{ΜΗΧ}^{A} = E_{ΜΗΧ}^{B} \Leftrightarrow \Delta E_{ΜΗΧ}^{A\to B} = 0 \Rightarrow \Delta K^{A\to B} + \Delta U_e^{A\to B} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_p u_B^2 - \frac{1}{2} m_p \cancel{u_A^2}^{\,0} + \Delta U_e^{A\to B} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m_p u_B^2 + \Delta U_e^{A\to B} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_p u_B^2 - qEd = 0 \Leftrightarrow u_B^2 = \frac{2qEd}{m_p} \Rightarrow u_B = \sqrt{\frac{2qEd}{m_p}} = 2.8 \times 10^6 \frac{m}{s}$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
  - Θα μελετήσουμε διαφορές δυναμικού σε δυο περιπτώσεις
  - 1. Δυναμικό από σημειακά φορτία
  - 2. Δυναμικό από κατανομή φορτίου

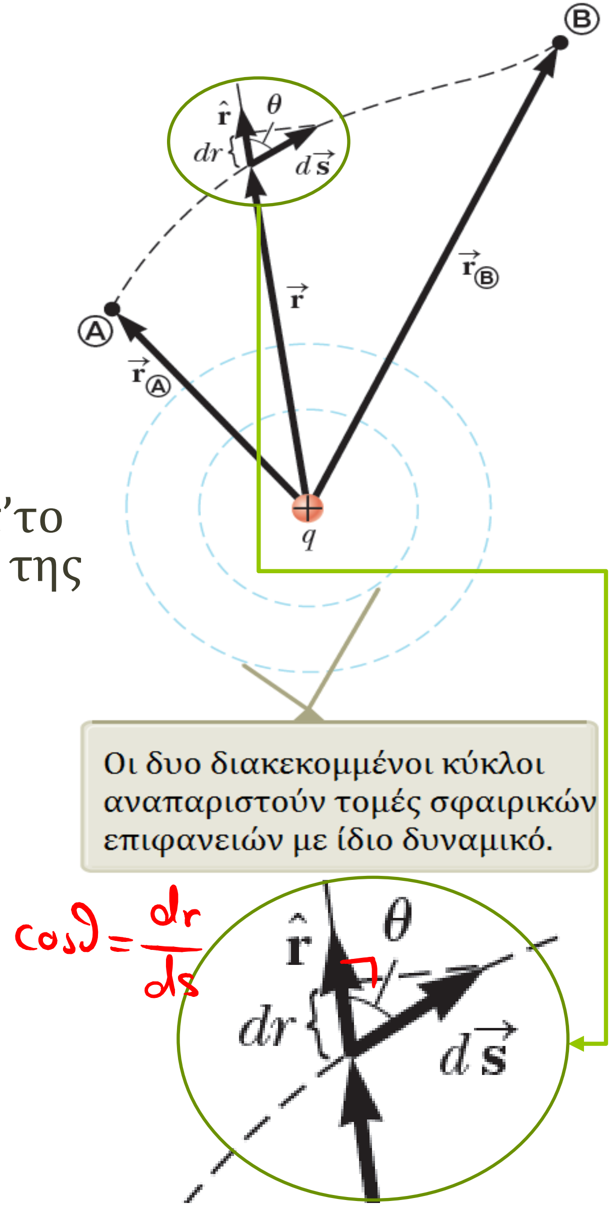
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Ας θεωρήσουμε τώρα ότι έχουμε ένα σημειακό φορτίο +q
  - Ξέρουμε ότι υπάρχει ακτινικό ηλεκτρικό πεδίο γύρω του
  - Ας βρούμε το δυναμικό σε απόσταση *r* απ'το φορτίο, ξεκινώντας από το γενικό ορισμό της διαφοράς δυναμικού

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_A^B k_e \frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}\cdot d\vec{s}$$

$$= -\int_A^B k_e \frac{q}{r^2}\left|\hat{\mathbf{r}}\right| ds\cos(\theta)$$

$$= -\int_A^B k_e \frac{q}{r^2} ds\cos(\theta) = -\int_A^B k_e \frac{q}{r^2} dr$$



Ηλεκτρικό Δυναμικό

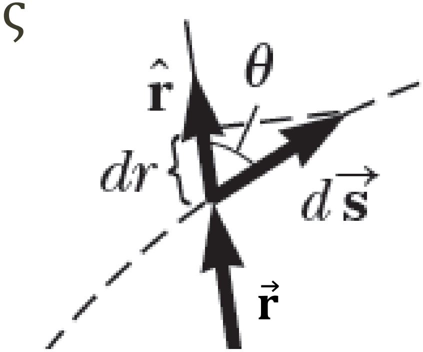
- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Κάθε μετατόπιση $d\vec{s}$ από το (A) στο (B) προκαλεί μια μεταβολή $d\vec{r}$ στο μέτρο του $\vec{\mathbf{r}}$

$$\Delta V = -\int_A^B k_e \frac{q}{r^2} dr = -k_e q \int_A^B \frac{dr}{r^2} = k_e \frac{q}{r}\Big]_{r=r_A}^{r=r_B}$$

  - Οπότε

$$\Delta V = k_e q \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = \underbrace{k_e q \frac{1}{r_B}}_{V_B} - \underbrace{k_e q \frac{1}{r_A}}_{V_A}$$

  - Βλέπετε ότι είναι ανεξάρτητο της διαδρομής
    - Άρα το πεδίο είναι ***συντηρητικό***
  - Επίσης, εξαρτάται μόνο από τα r_i



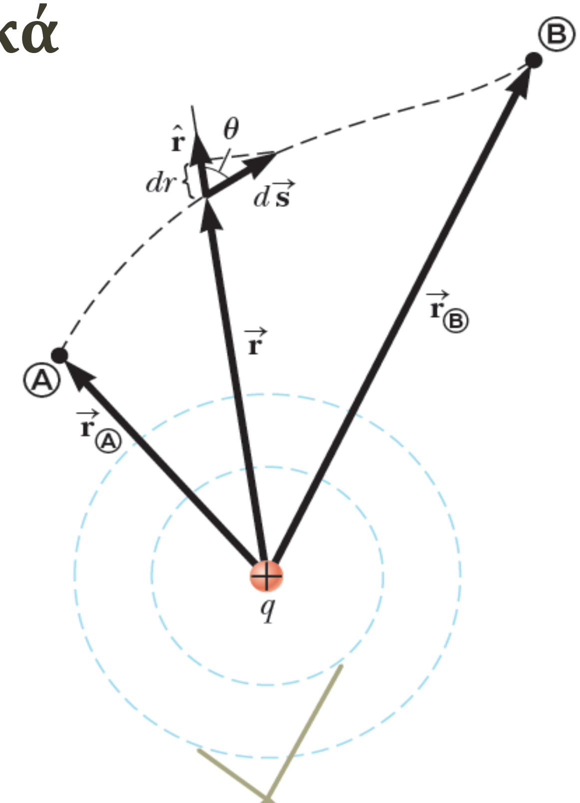
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Συνήθως θεωρούμε ότι $V = 0$ σε ένα σημείο (Α) όπου $r_A = \infty$
  - Το ηλεκτρικό δυναμικό V λόγω σημειακού φορτίου σε απόσταση r από το φορτίο είναι

$$V - V_A = V - 0 = k_e \frac{q}{r}$$

  - Για πολλά φορτία,

$$V = \sum V_i = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$



Οι δυο διακεκομμένοι κύκλοι αναπαριστούν τομές σφαιρικών επιφανειών με ίδιο δυναμικό.

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Για ένα φορτίο q_2 που έρχεται στο πεδίο φορτίου q_1 σε απόσταση r_{12} μέσω **εξωτερικής** δύναμης έργου $W = q_2 \Delta V$
    - Το φορτίο q_2 έρχεται από πολύ «μακριά»: $V_{\mu\alpha\kappa\rho\iota\alpha} = 0$
    - Επίσης, όταν το q_2 βρίσκεται «μακριά», η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων θεωρείται μηδενική
    - Το έργο W μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια U του συστήματος των φορτίων
    - Όμως $W = \Delta U$, άρα η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ενός ζεύγους φορτίων είναι

$$\Delta U = W = q_2 \Delta V = q_2 (V - V_{\mu\alpha\kappa\rho\iota\alpha})$$

$$U - 0 = q_2 \left(k_e \frac{q_1}{r_{12}} - 0 \right)$$

$$\boxed{U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Για ένα φορτίο q_2 που έρχεται στο πεδίο φορτίου q_1 σε απόσταση r_{12} μέσω εξωτερικής δύναμης

$$\boxed{U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

  - Αν $U > 0$, το έργο της δύναμης είναι θετικό
    - Τα φορτία απωθούνται, άρα πρέπει να παραχθεί έργο από την εξωτερική δύναμη για να τα φέρει σε απόσταση r_{12}
  - Αν $U < 0$, το έργο της δύναμης είναι αρνητικό
    - Χρειάζεται δύναμη αντίθετη στην μετατόπιση (έλξη) των φορτίων

  - Για πολλά φορτία,

$$\boxed{U = k_e \sum \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \;, i < j}$$

    - Αθροίζουμε όλες τις τιμές δυναμικής ενέργειας που οφείλονται σε ένα ζεύγος φορτίων

Τέλος Διάλεξης