



Εικόνα: Ναυαγοςώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

Φυσική για Μηχανικούς

Κύματα



Εικόνα: Ναυαγοςώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

Φυσική για Μηχανικούς

Κύματα

Κύματα (Επανάληψη...)

- Κυματική κίνηση
 - Μεταφορά ενέργειας και όχι ύλης
- Εγκάρσια κύματα
- Διαμήκη κύματα
- Κυματοσυνάρτηση

$$y(x, t) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x \pm ut) + \varphi \right)$$

Κύματα (Επανάληψη...)

- Ταχύτητα διάδοσης

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

- Κυματαριθμός

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Κυκλική συχνότητα

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

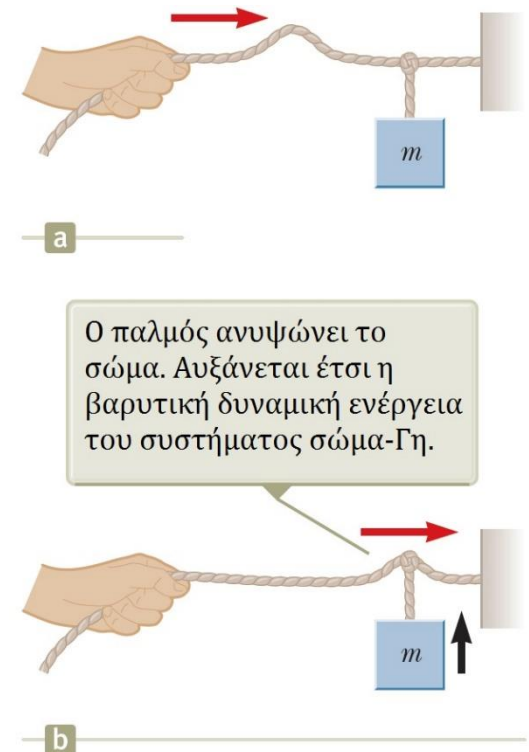
- Οπότε

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Κύματα

• Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- Είπαμε ότι στα μηχανικά κύματα μεταφέρεται ενέργεια
- Που πηγαίνει αυτή η ενέργεια;
- Παράδειγμα:
 - Έστω το νήμα ως μη απομονωμένο σύστημα
 - Ενέργεια λόγω έργου (χέρι)
 - Εξωτερική στο σύστημα
 - Διάδοση κατά μήκος του νήματος
 - Ανύψωση σώματος
 - Μεταβολή δυναμικής ενέργειας συστήματος Γη-σώμα

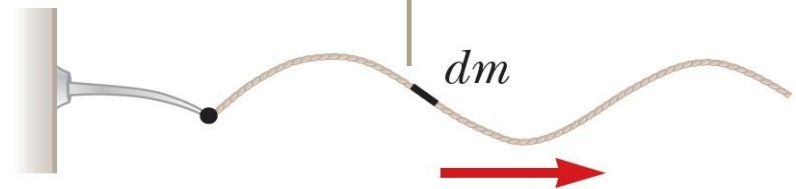


Κύματα

• Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- Ας θεωρήσουμε ένα απειροστά μικρό τμήμα του νήματος μήκους dx και μάζας dm
- Εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση (y -άξονα)!
- Άρα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια!

Κάθε απειροστά μικρό (στοιχειώδες) τμήμα του νήματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, και άρα έχει δυναμική και κινητική ενέργεια.



Κύματα

- Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{dm}{dx}$$

γραμμική πυκνότητα
ή ρ_{λ}

- Κινητική ενέργεια

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2 = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2 \stackrel{(t=0)}{=} \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx$$

- Ολοκληρώνοντας για ένα μήκος κύματος

$$K_{\lambda} = \int dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \int_0^{\lambda} \cos^2(kx)dx = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

- Δυναμική ενέργεια (με όμοιο τρόπο)

$$U_{\lambda} = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- Η συνολική ενέργεια σε ένα μήκος κύματος ισούται με το άθροισμα κινητικής και δυναμικής

$$E_{mech} = K + U = E_{\lambda} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

- **Ρυθμός μεταφοράς ενέργειας (= Ισχύς)**

$$P = \frac{T_{MK}}{\Delta t} = \frac{E_{\lambda}}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

Κύματα

- Γραμμική εξίσωση κύματος που διαδίδεται σε νήμα

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- Γενική μορφή εξίσωσης κύματος

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- Η παραπάνω σχέση ισχύει για διάφορους τύπους κυμάτων



Εικόνα: Τα αυτιά του ανθρώπου έχουν εξελιχθεί να ακούν και να ερμηνεύουν ηχητικά κύματα ως φωνή ή ως ήχους. Κάποια ζώα, όπως το είδος αλεπούς με τα αυτιά νυχτερίδας, έχουν αυτιά που είναι προσαρμοσμένα να ακούν πολύ αδύναμους ήχους.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηχητικά Κύματα



Εικόνα: Τα αυτιά του ανθρώπου έχουν εξελιχθεί να ακούν και να ερμηνεύουν ηχητικά κύματα ως φωνή ή ως ήχους. Κάποια ζώα, όπως το είδος αλεπούς με τα αυτιά νυχτερίδας, έχουν αυτιά που είναι προσαρμοσμένα να ακούν πολύ αδύναμους ήχους.

Φυσική για Μηχανικούς

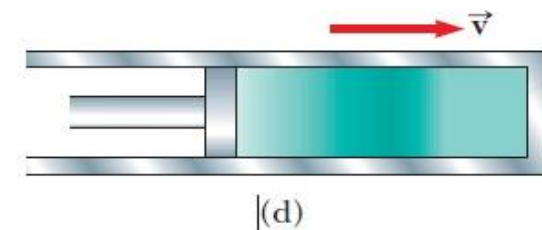
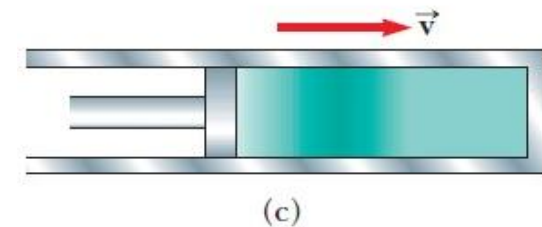
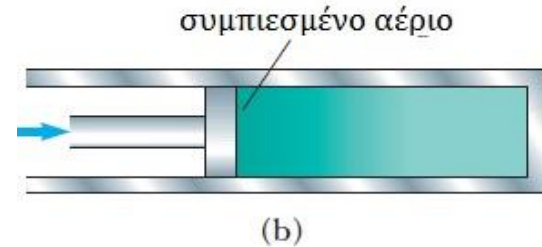
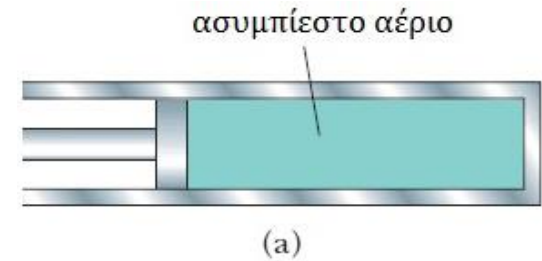
Ηχητικά Κύματα

Ηχητικά Κύματα

- Τρεις κατηγορίες ηχητικών κυμάτων
 - *Ακουστικά κύματα*
 - Μουσική, φωνή, ηχεία
 - *Κύματα υποήχων (υπόηχοι)*
 - Ελέφαντες επικοινωνούν με υπόηχους
 - *Κύματα υπερήχων*
 - Σφυρίχτρες σκύλων
 - Ιατρική απεικόνιση εμβρύων

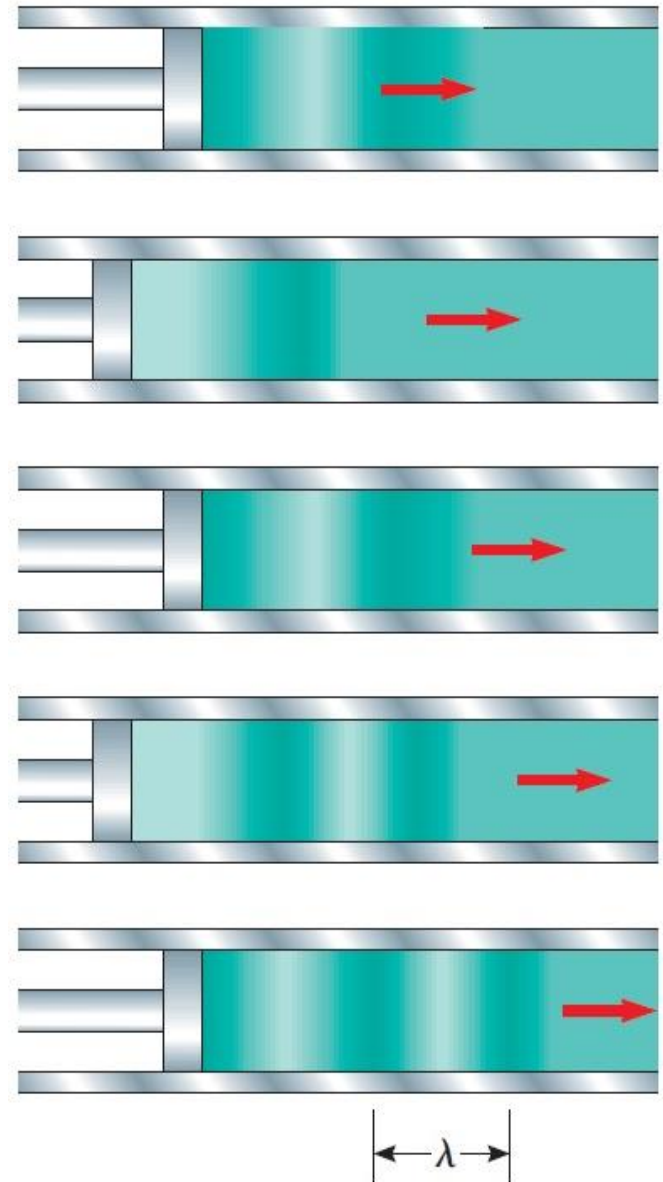
Ηχητικά Κύματα

- Έμβολο σε ακινησία – (a)
 - Αέριο ασυμπίεστο και σε ομοιόμορφη κατανομή
- Έμβολο σε κίνηση προς τα δεξιά – (b)
 - Πίεση και πυκνότητα αερίου μπροστά στο έμβολο είναι μεγαλύτερη απ' ό,τι στο υπόλοιπο μέρος του
- Έμβολο σε ακινησία – (c)
 - Διάμηκες κύμα διαδίδεται με ταχύτητα v
- Η διάδοση συνεχίζεται – (d)



Ηχητικά Κύματα

- Έμβολο σε απλή αρμονική ταλάντωση
 - Πίεση προς τα εμπρός
 - Περιοχές συμπίεσης (σκούρο)
 - Πυκνώματα
 - Τράβηγμα προς τα πίσω
 - Περιοχές αραιώσης (ανοιχτό)
 - Αραιώματα
- Διάδοση με ταχύτητα ήχου

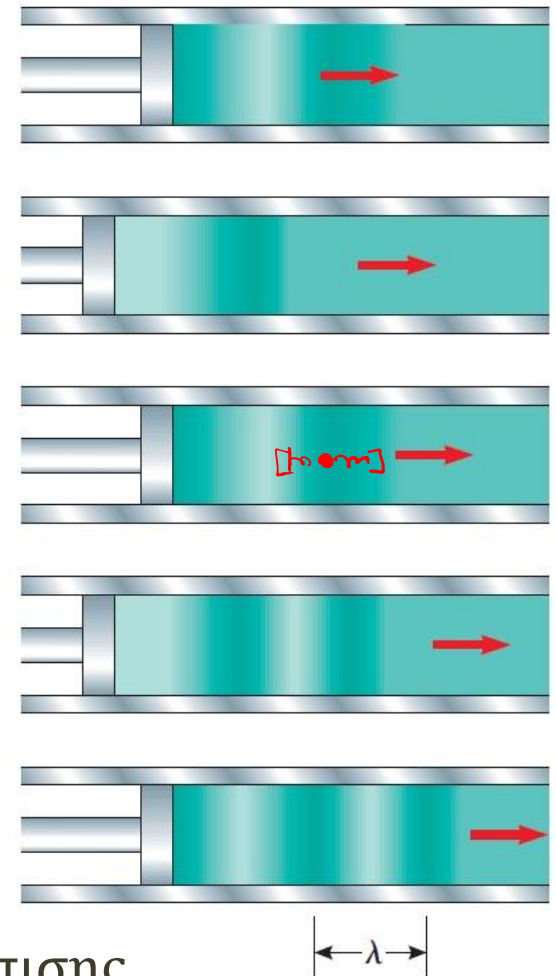


Ηχητικά Κύματα

- Έμβολο σε απλή αρμονική ταλάντωση
- Απόσταση μεταξύ διαδοχικών πυκνωμάτων ή αραιωμάτων
 - Μήκος κύματος λ
- Κάθε μικρός όγκος αερίου εκτελεί απλή αρμονική κίνηση παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης

$$s(x, t) = s_{max} \cos(kx - \omega t)$$

- Ο όρος s_{max} δηλώνει το πλάτος μετατόπισης
 - Είναι η μέγιστη μετατόπιση ενός στοιχείου από τη θέση ισορροπίας



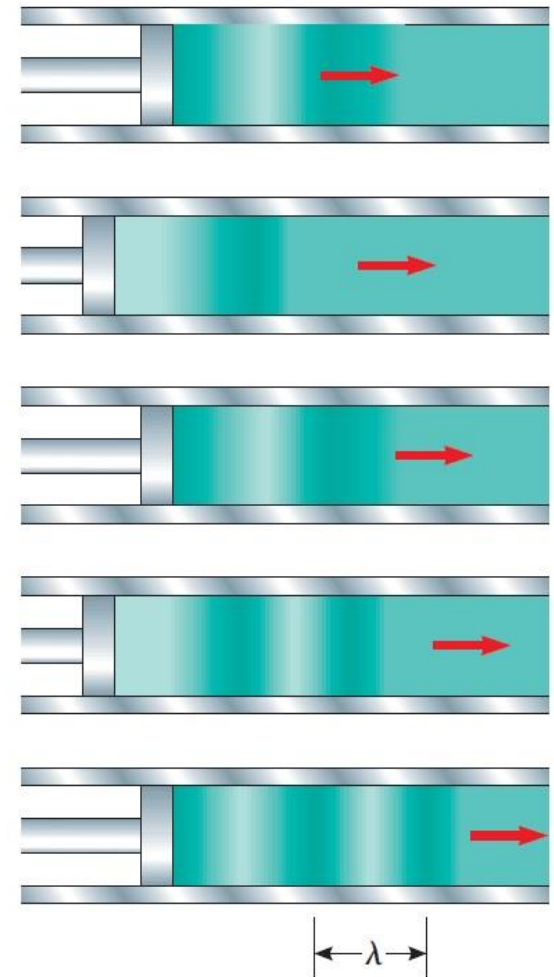
Ηχητικά Κύματα

- Μεταβολή πίεσης αερίου ΔP

$$\Delta P = \Delta P_{max} \sin(kx - \omega t)$$

όπου ΔP_{max} η μέγιστη μεταβολή της πίεσης γύρω από την τιμή ισορροπίας

- Ο όρος ΔP_{max} ονομάζεται πλάτος πίεσης



Ηχητικά Κύματα

- Ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα

$$u = 331 \sqrt{1 + \frac{T_c}{273}}$$

όπου T_c η θερμοκρασία του αέρα

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = u \cdot \Delta t = ut$$

- Παράδειγμα:

- Πώς θα μετρήσουμε σε πόση απόσταση από μας έπεσε ένας κεραυνός, αν ακούσουμε τον κρότο του σε t δευτερόλεπτα?



Ηχητικά Κύματα

- Ένταση περιοδικών ηχητικών κυμάτων

$$I = \frac{(Iσχύς)_{μεση}}{A} = \frac{1}{2} \rho u (\omega s_{max})^2 = \frac{(\Delta P_{max})^2}{2 \rho u}$$

όπου ρ η πυκνότητα του μέσου διάδοσης και A το εμβαδό της επιφάνειας κάθετης στη διεύθυνση διάδοσης

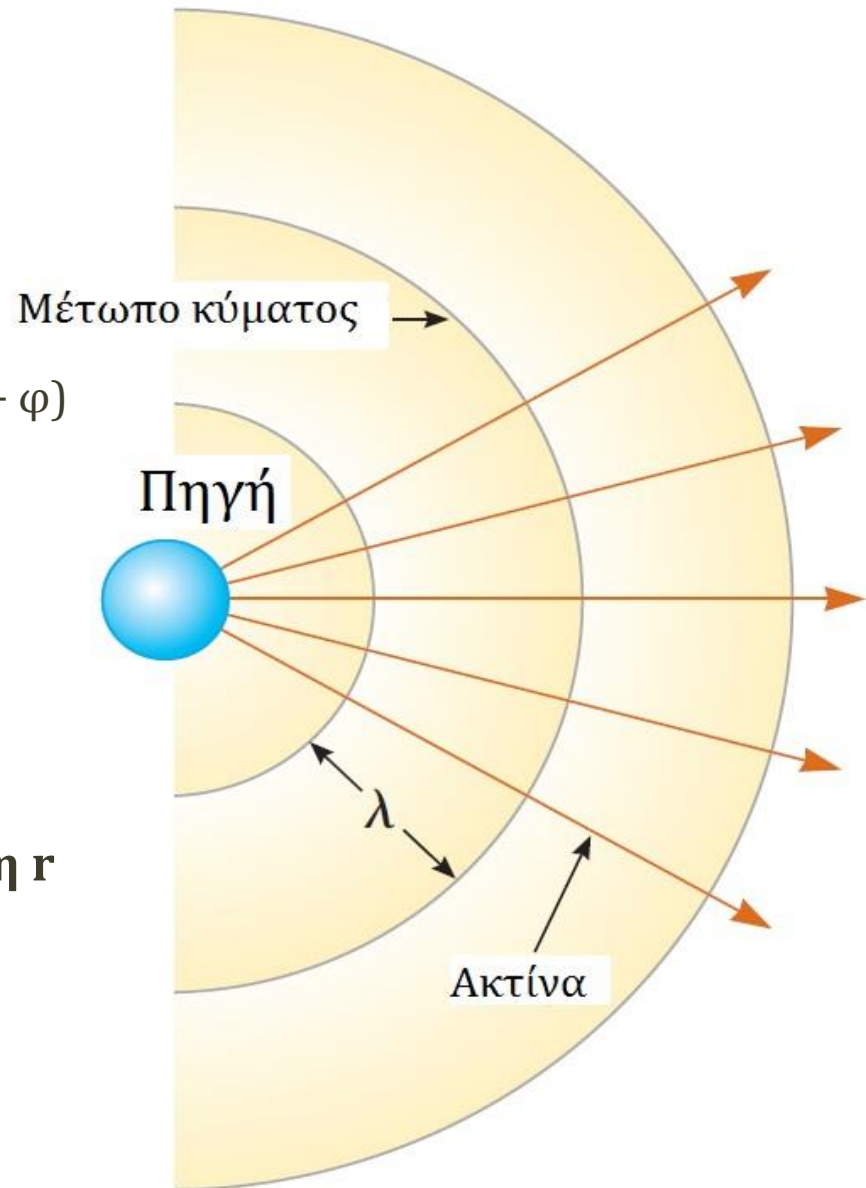
- Τα κύματα που είδαμε ως τώρα μοντελοποιούνταν ως διαμήκη κύματα
 - Διαδίδονταν σε ευθεία γραμμή
- Στην πράξη, τα κύματα διαδίδονται προς όλες τις κατευθύνσεις
 - Σφαιρικά κύματα

Ηχητικά Κύματα

- **Σφαιρικό κύμα**
 - Ομόκεντρα κυκλικά τόξα
- **Μέτωπο κύματος**
 - Επιφάνεια όπου η φάση $(kx - \omega t + \varphi)$ του κύματος είναι σταθερή
- **Ακτίνες**
 - Ευθείες που ξεκινούν απ' την πηγή
 - Δείχνουν την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος
- **Ένταση κύματος σε απόσταση r**

$$I = \frac{(\text{Ισχύς})_{\text{μεση}}}{A} = \frac{(\text{Ισχύς})_{\text{μεση}}}{4\pi r^2}$$

Εμβαδό μετώπου



Ηχητικά Κύματα

- Οι ασθενέστεροι ήχοι που μπορεί να αντιληφθεί το ανθρώπινο αυτί στη συχνότητα των 1000 Hz έχουν ένταση περίπου $10^{-12} \frac{W}{m^2}$.
- Αυτό είναι το λεγόμενο **κατώφλι ακοής**.
- Οι δυνατότεροι ήχοι που μπορούμε να ακούσουμε (χωρίς πόνο) είναι έντασης $1 \frac{W}{m^2}$.
- Για τις τιμές ταχύτητας και πυκνότητας αέρα $u = 343 \frac{m}{s}$, και $\rho = 1.2 \frac{kg}{m^3}$, το πλάτος πίεσης και μετατόπισης είναι:

Για τον χαμηλότερης έντασης ήχο:

$$\Delta P_{max} = \sqrt{2\rho v I} = 2.87 \times 10^{-5} \frac{N}{m^2}, \quad s_{max} = \frac{\Delta P_{max}}{\rho v \omega} = 1.11 \times 10^{-11} m$$

Για τον υψηλότερης έντασης ήχο:

$$\Delta P_{max} = \sqrt{2\rho v I} = 28.7 \frac{N}{m^2}, \quad s_{max} = \frac{\Delta P_{max}}{\rho v \omega} = 1.11 \times 10^{-5} m$$

Ηχητικά Κύματα

- **Εύρος έντασης**

- Μεγάλο εύρος εντάσεων αντιληπτό απ' το αυτί
- Μια λογαριθμική κλίμακα είναι βολικότερη

- **Ηχοστάθμη**

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

- I_0 : ένταση αναφοράς (κατώφλι ακοής)
- β : μετριέται σε Decibel (dB)
 - Προς τιμήν του A. G. Bell
- Κατώφλι ακοής: 0 dB
- Όριο πόνου: 120-130 dB

Ηχητικά Κύματα

- **Παράδειγμα:**

- Δυο ίδιες μηχανές βρίσκονται στην ίδια απόσταση από έναν εργάτη. Η ένταση του ήχου κατά τη λειτουργία κάθε μηχανής είναι ίση με

$I = 2 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2.$

A) Βρείτε την ηχοστάθμη ^B που ακούει ο εργάτης όταν λειτουργεί η μια μηχανή.

B) Βρείτε την ηχοστάθμη ^B που ακούει ο εργάτης όταν λειτουργούν και οι δυο μηχανές.

Ηχητικά Κύματα

● Παράδειγμα:

- Δυο ίδιες μηχανές βρίσκονται στην ίδια απόσταση από έναν εργάτη. Η ένταση του ήχου κατά τη λειτουργία κάθε μηχανής είναι ίση με $2 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$.
Α) Βρείτε την ηχοστάθμη που ακούει ο εργάτης όταν λειτουργεί η μια μηχανή.

$$\begin{aligned} \text{Είναι } \beta &= 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{2 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log_{10} (2 \cdot 10^5) \\ &= 10 \log_{10} 2 + 10 \log_{10} 10^5 = 10 \log_{10} 2 + 50 \log_{10} 10 = \\ &= 10 \log_{10} 2 + 50 \cdot 1 \approx 3 + 50 = 53 \text{ dB} \end{aligned}$$

Άρα για μια μηχανή, $\beta_1 = 53 \text{ dB}$.

Άρα αν διπλασιάσαμε τις μηχανές, θα είχαμε $\beta_2 = 2\beta_1$?

$$\begin{aligned} \log_{10} a^\beta &= \\ &= \beta \log_{10} a \end{aligned}$$

$$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Ηχητικά Κύματα

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Δυο ίδιες μηχανές βρίσκονται στην ίδια απόσταση από έναν εργάτη. Η ένταση του ήχου κατά τη λειτουργία κάθε μηχανής είναι ίση με $2 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$.

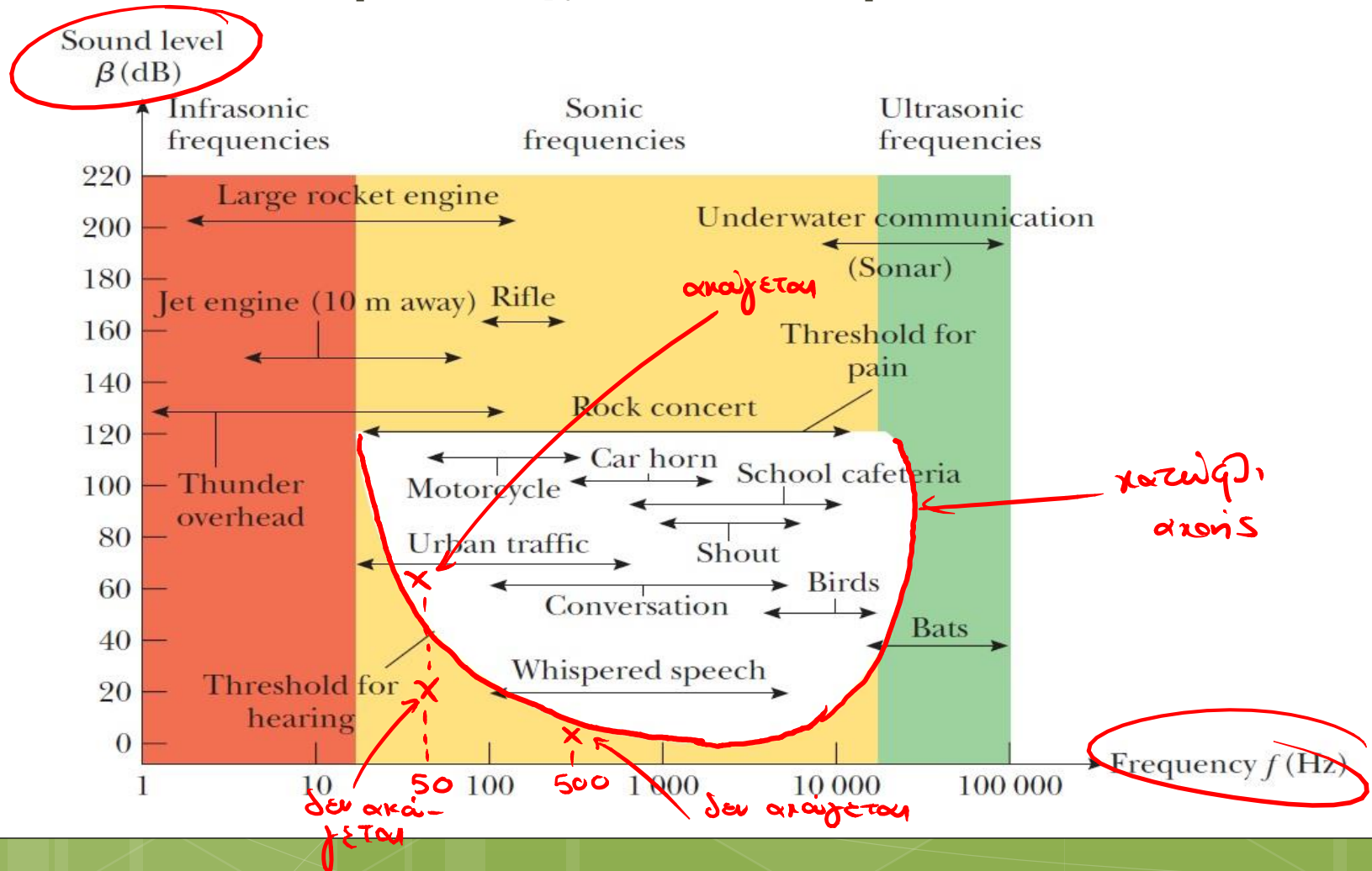
Β) Βρείτε την ηχοστάθμη που ακούει ο εργάτης όταν λειτουργούν και οι δυο μηχανές.

$$\begin{aligned}\text{Είναι } \beta &= 10 \log_{10} \left(\frac{I_1 + I_2}{I_0} \right) = 10 \log_{10} \frac{2I}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{4 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = \\ &= 10 \log_{10} (4 \cdot 10^5) = 10 \log_{10} 4 + 10 \log_{10} 10^5 = 10 \log_{10} 4 + 50 \approx \\ &\approx 6 + 50 = 56 \text{ dB}\end{aligned}$$

$$\text{Άρα } \beta_2 \neq 2\beta_1 \text{ αλλά } \beta_2 \approx \beta_1 + 3 \text{ dB} !$$

Ηχητικά Κύματα

Ακουστότητα - Ψυχοακουστική



Ηχητικά Κύματα

- ◉ Παράδειγμα εφαρμογής:

- ◉ Συμπίεση ήχου (MP3 standard)

- ◉ Τρεις σημαντικοί παράγοντες

- ◉ Α. Εξάλειψη ήχων που δεν ακούγονται ($<$ κατώφλι ακοής)

- ◉ Μπορούμε να τους αφαιρέσουμε (μην αποθηκεύσουμε)

- ◉ Β. Κάποιοι ήχοι ακούγονται «καλύτερα» από άλλους

- ◉ Χρήση κρίσιμων ευρών ζώνης (critical bands)

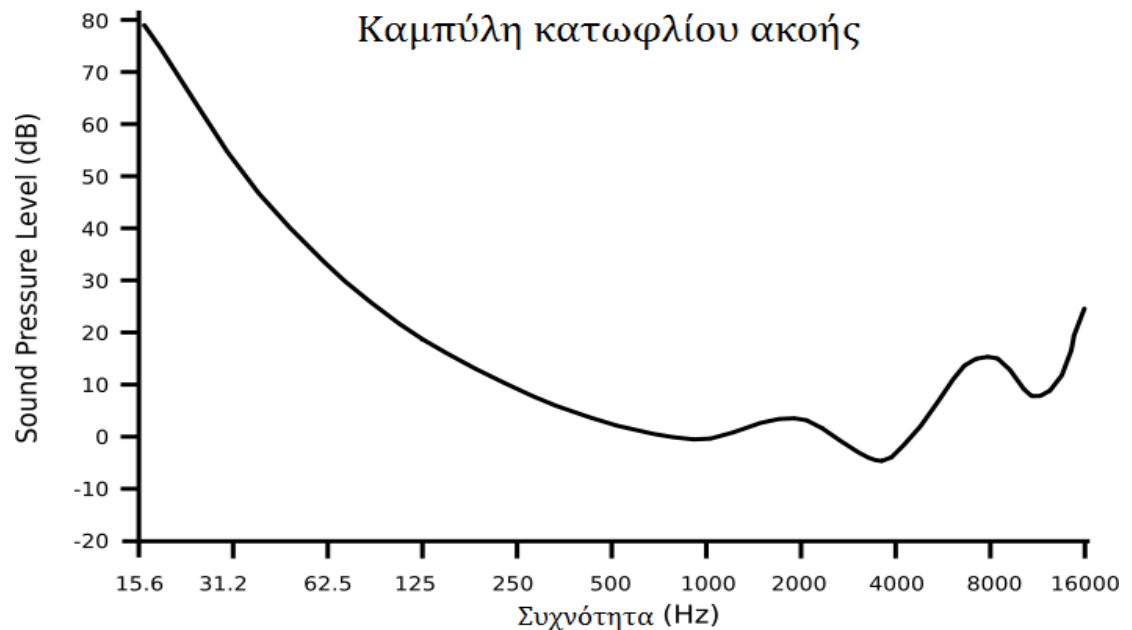
- ◉ Γ. Κάποιοι ήχοι επικαλύπτουν άλλους γειτονικούς

- ◉ Το φαινόμενο του masking (masking effect)

Ηχητικά Κύματα

- Παράδειγμα εφαρμογής:

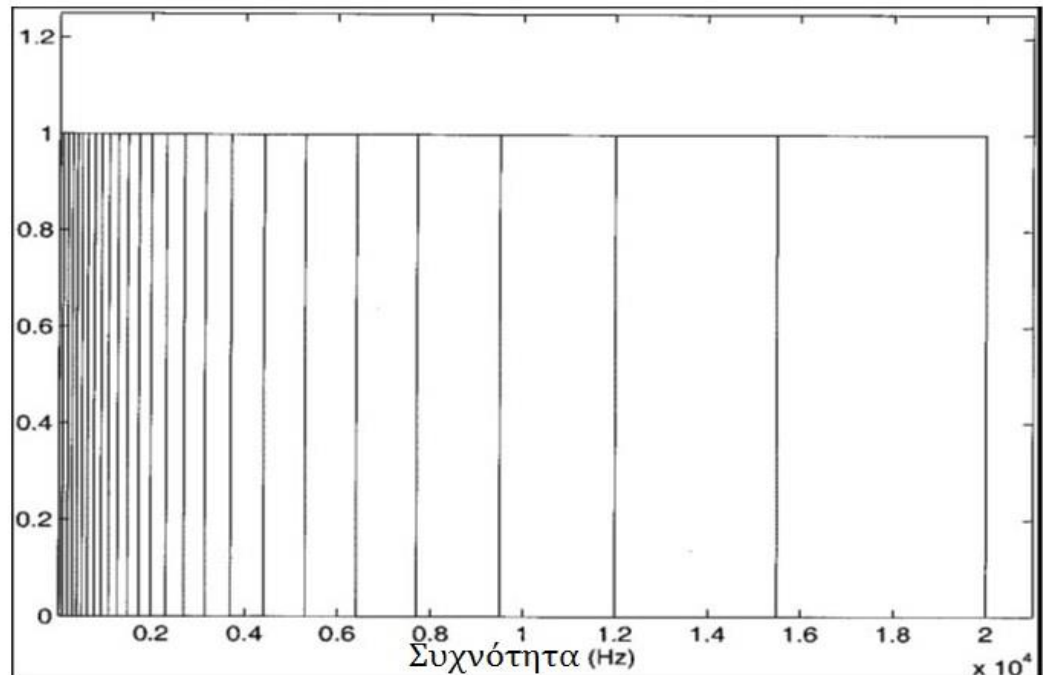
- Συμπίεση ήχου (MP3 standard)
- Α. Εξάλειψη ήχων που δεν ακούγονται ($<$ κατώφλι ακοής)
 - Μπορούμε να τους αφαιρέσουμε
 - Ό,τι βρίσκεται κάτω από το κατώφλι, δε χρειάζεται να αποθηκευθεί



Ηχητικά Κύματα

- Παράδειγμα εφαρμογής:

- Συμπίεση ήχου (MP3 standard)
- Β. Κάποιοι ήχοι ακούγονται «καλύτερα» από άλλους
 - Χρήση κρίσιμων ευρών ζώνης (critical bands)
 - Διαφορετική «βαρύτητα» σε κάθε ζώνη
 - Διαφορετική «ευαισθησία» του αυτιού σε κάθε ζώνη



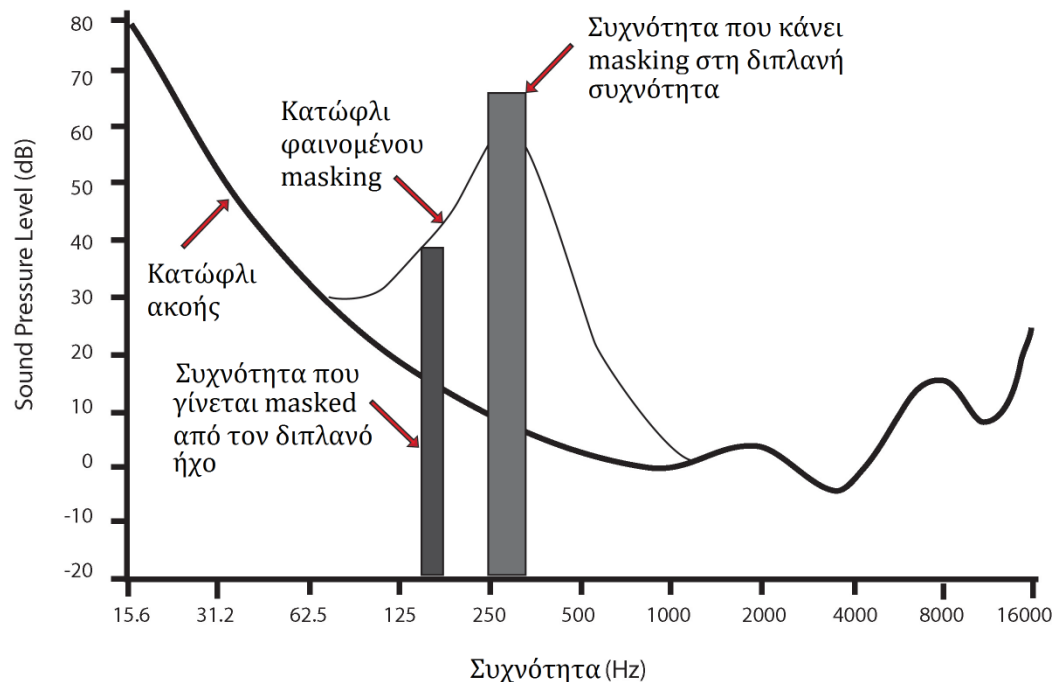
Ηχητικά Κύματα

- Παράδειγμα εφαρμογής:

- Συμπίεση ήχου (MP3 standard)

- Γ. Masking effect

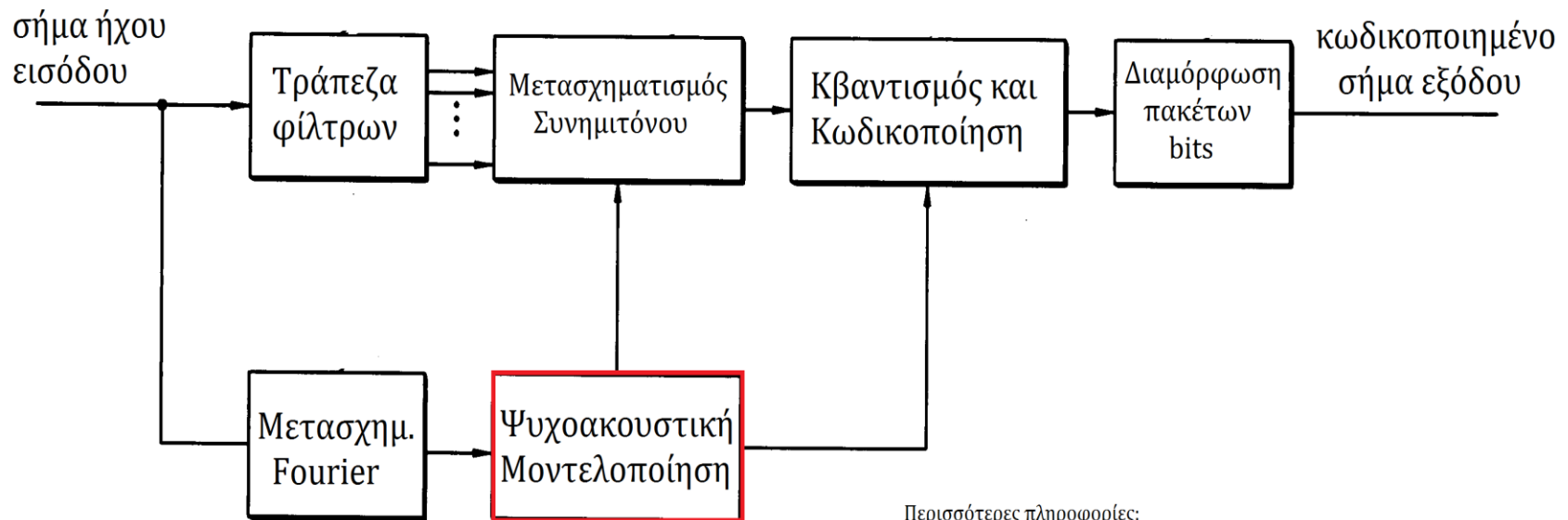
- Ένας πιο δυνατός ήχος μπορεί να επικαλύψει ένα γειτονικό του
- Η πληροφορία του γειτονικού ήχου δε χρειάζεται να αποθηκευτεί



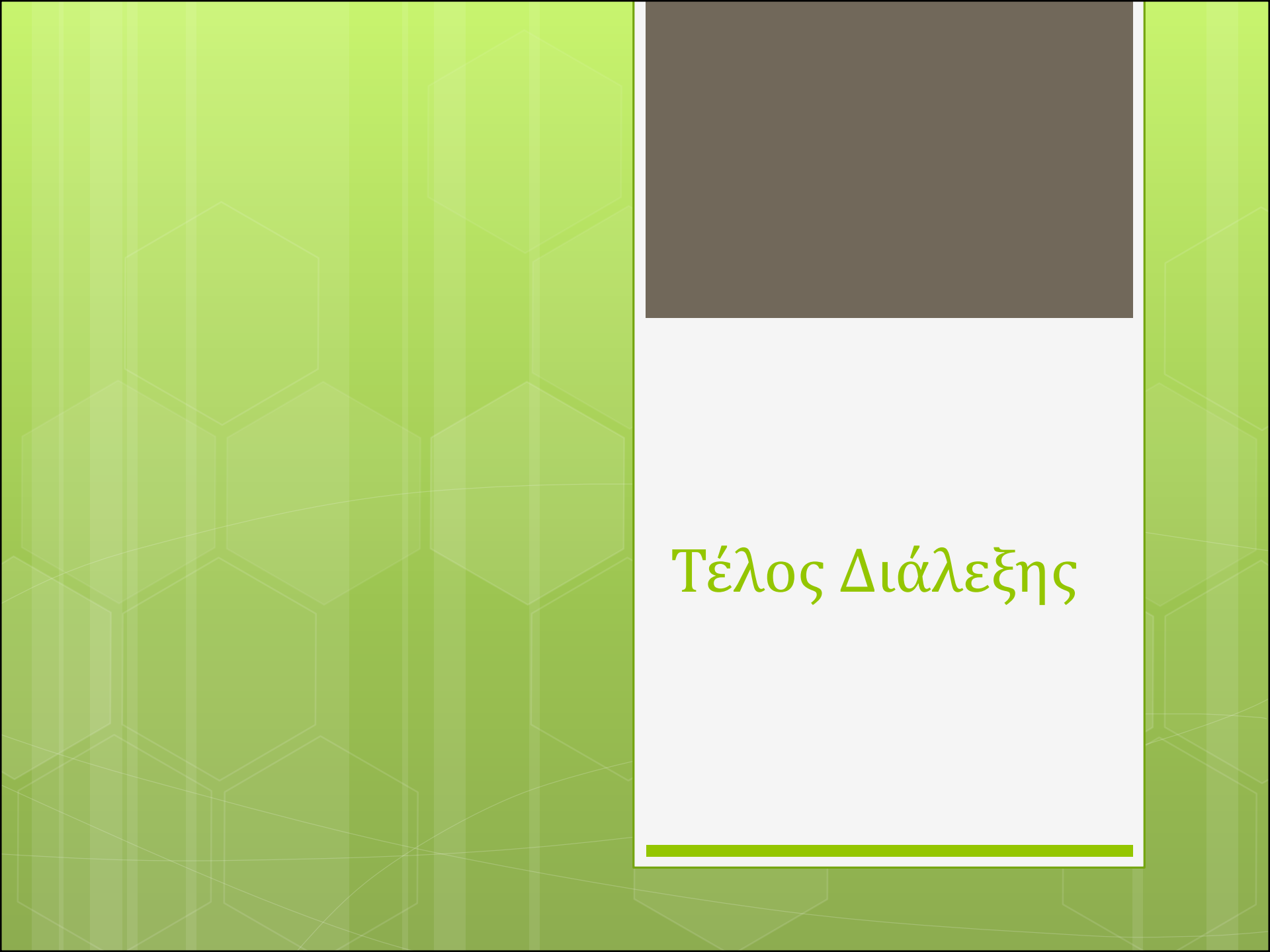
Ηχητικά Κύματα

- Παράδειγμα εφαρμογής:

- Συμπίεση ήχου (MP3 standard)
- Απλοποιημένο διάγραμμα



Περισσότερες πληροφορίες:
<http://www.cns.nyu.edu/~msl/courses/2223/Readings/IEEEXplore-1.pdf>



Τέλος Διάλεξης