Εικόνα: Ναυαγοσώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

Φυσική για Μηχανικούς

Κύματα

Εικόνα: Ναυαγοσώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

Φυσική για Μηχανικούς

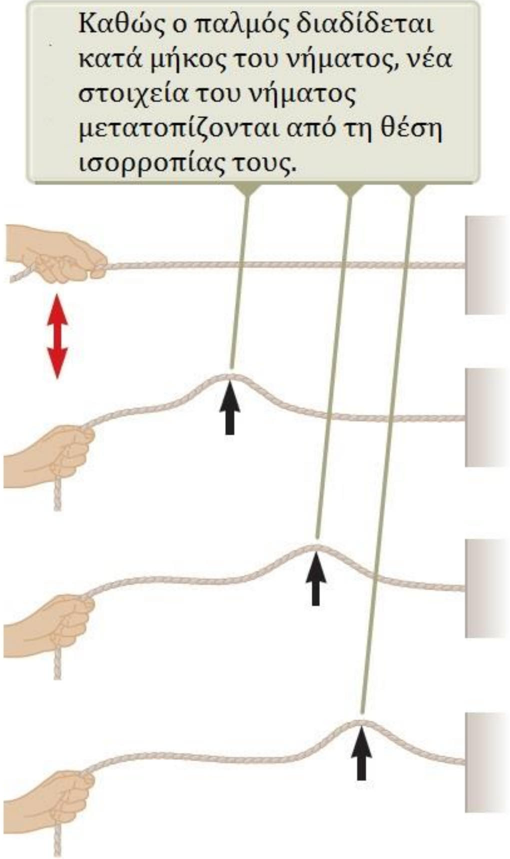
Κύματα

Κύματα

- Ο κόσμος είναι γεμάτος από κύματα!
  - Μηχανικά & Ηλεκτρομαγνητικά
- Στα μηχανικά κύματα, απαιτείται ένα ***μέσο διάδοσης***
- Θα μελετήσουμε πρώτα τα μηχανικά κύματα
  - Αργότερα τα ηλεκτρομαγνητικά
- Χαρακτηριστικό γνώρισμα μηχανικών κυμάτων
  - Έστω μια σημαδούρα που επιπλέει σε μια λίμνη
  - Αν ρίξουμε κοντά της μια πέτρα, η σημαδούρα θα μετακινηθεί
  - **Κυματική κίνηση: μεταφέρεται ενέργεια αλλά όχι ύλη!**

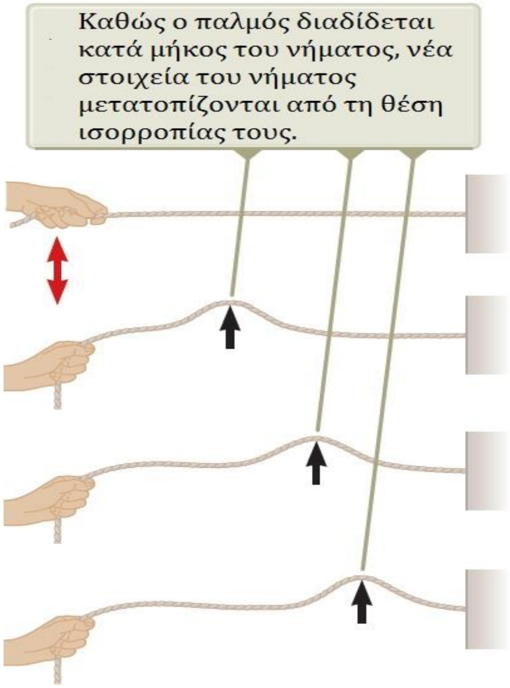
Κύματα

- Όλα τα μηχανικά κύματα προϋποθέτουν
  - Α) Κάποια πηγή διαταραχής
  - Β) Ένα μέσο με στοιχεία που μπορούν να διαταραχθούν
  - Γ) Κάποιο μηχανισμό με τον οποίο τα στοιχεία του μέσου αλληλεπιδρούν μεταξύ τους
- Κίνηση κύματος
  - Παλμός = διαταραχή
  - Σχήμα σχεδόν απαράλλαχτο
  - Ύψος και ταχύτητα παλμού



Κύματα

- Προσέξτε την κίνηση των στοιχείων του νήματος
  - Είναι κάθετη προς τη διεύθυνση διάδοσης
    - ***Εγκάρσιο κύμα***
- Προσέξτε την αντίστοιχη του ελατηρίου
  - Είναι παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης
    - ***Διάμηκες κύμα***



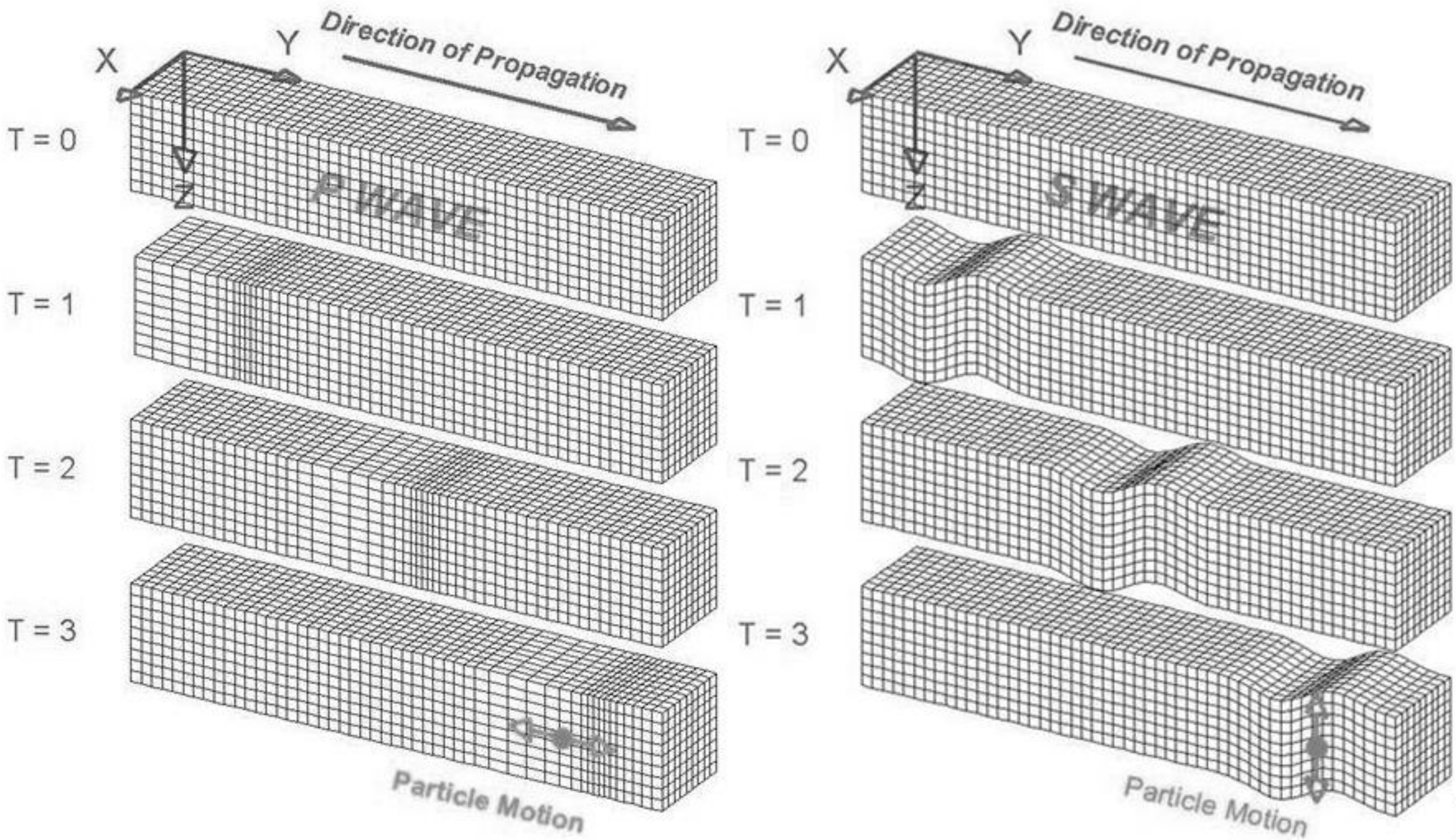
Κύματα

?

?

Κύματα

Σεισμικά Κύματα

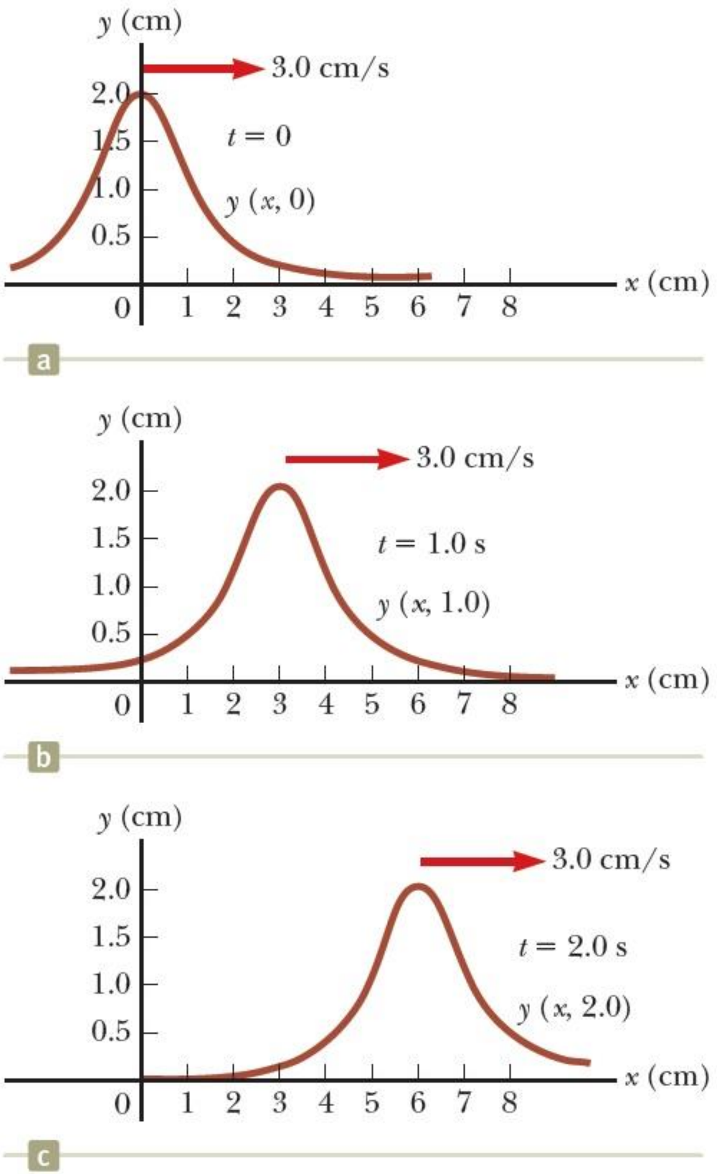


Κύματα

- ***Οδεύοντα (ημιτονοειδή) κύματα***
- ***Κυματοσυνάρτηση – Συνάρτηση Κύματος*** $y(x, t)$
- ***Συνάρτηση του ύψους (τεταγμένη)*** y ***του στοιχείου ενός κύματος ως προς τη θέση του*** x ***για οποιαδήποτε χρονική στιγμή*** t
  - $y(x, t) = f(x - ut, t)$ $\Longrightarrow$ κίνηση προς τα δεξιά
  - $y(x, t) = f(x + ut, t)$ $\Longrightarrow$ κίνηση προς τα αριστερά
    - όπου u η ταχύτητα του παλμού
  - Για $t = σταθερό$, παρατηρούμε μια «φωτογραφία» του όλου κύματος για μια χρονική στιγμή
  - Για $x = σταθερό$, παρατηρούμε την κίνηση ενός στοιχείου του κύματος με την πάροδο του χρόνου

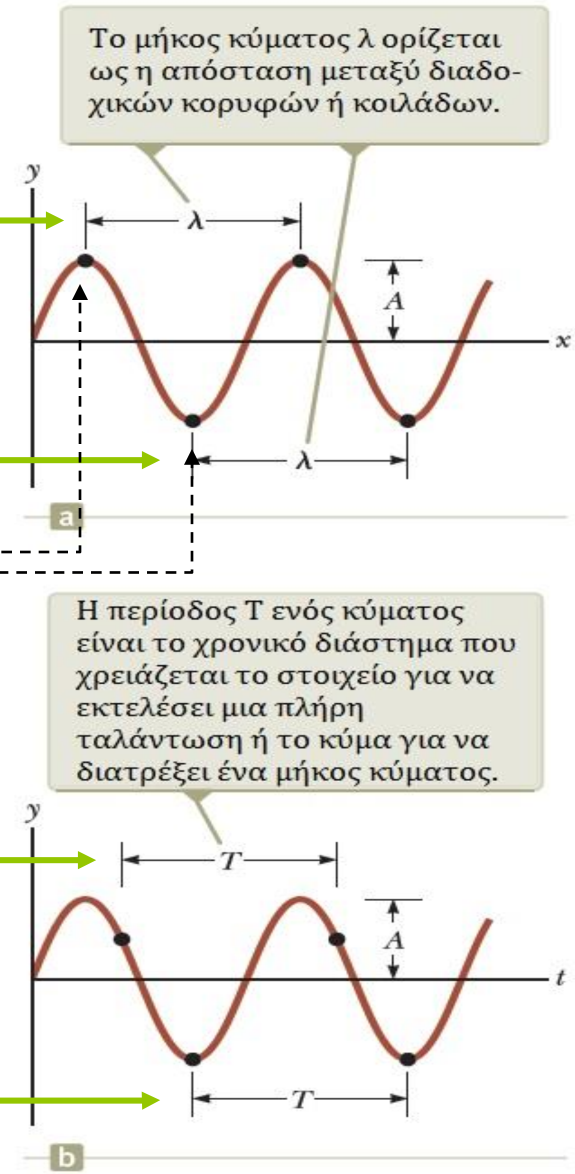
Κύματα

- **Παράδειγμα:**
  - Έστω ένα παλμός που κινείται προς τα δεξιά κατά μήκος του άξονα x και περιγράφεται ως
    $$y(x,t) = \frac{2}{(x-3t)^2+1}$$
    όπου x, y σε εκατοστά και το t σε δευτερόλεπτα.
- Παλμοί για $t = 0, 1, 2$



Κύματα

- **Μήκος κύματος** λ
- **Περίοδος** T
- **Συχνότητα** f
  - Αριθμός κορυφών ανά μονάδα χρόνου
  - $f = {}^{1}/_{T}$
  - Μετριέται σε Hertz (Hz)
- **Κορυφές-κοιλάδες**



Κύματα

- **Κυματοσυνάρτηση**

$$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \pm ut) + \varphi\right)$$

- **Ταχύτητα διάδοσης**

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} = \lambda \mathrm{f}$$

- **Κυματαριθμός**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- **Κυκλική συχνότητα**

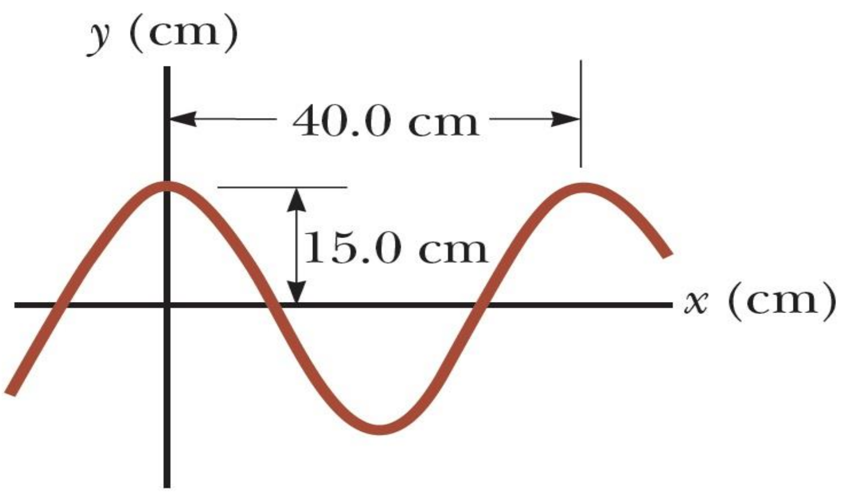
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

- **Οπότε**

$$y(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Κύματα

- **Παράδειγμα:**
  - Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x-άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή t=0 φαίνεται στο σχήμα.
    - A) Βρείτε τα k, T, ω, u.
    - B) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.



Κύματα

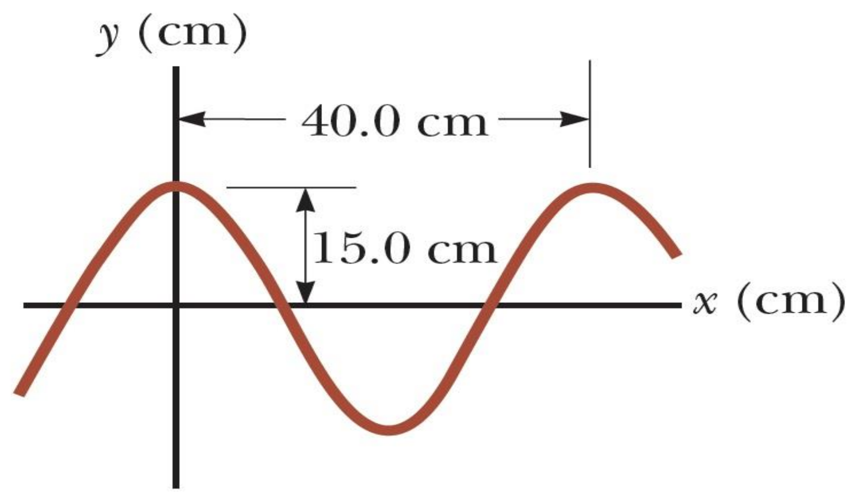
- **Παράδειγμα:**
  - Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x-άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή t=0 φαίνεται στο σχήμα.
    - Α) Βρείτε τα k, T, ω, u.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \ \text{rad/m}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0.125 \ \text{s}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = 16\pi \ \text{rad/s}$$

$$u = \lambda f = 0.4 \cdot 8 = 3.2 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Κύματα

$\sin(\vartheta - \frac{\pi}{2}) = -\cos\vartheta$ ✗

$\sin(\vartheta + \frac{\pi}{2}) = \cos\vartheta$ ✓

- **Παράδειγμα:**
  - Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x-άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή t=0 φαίνεται στο σχήμα.
    - Β) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.

Είναι $y(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \varphi)$

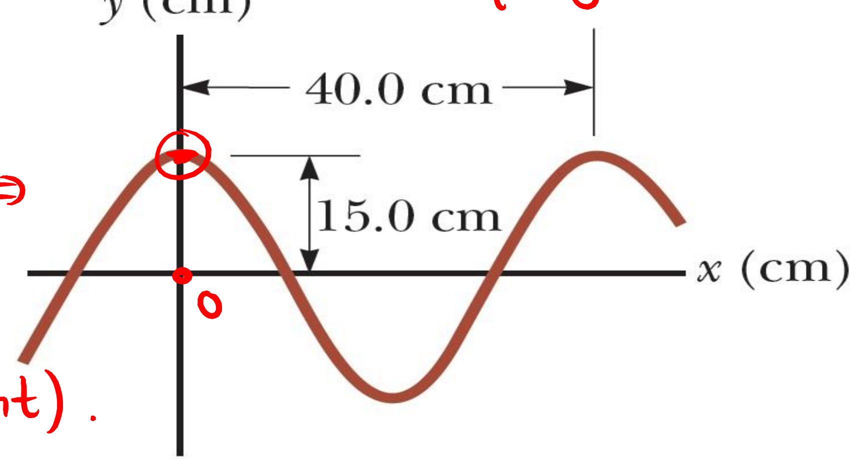
$= 0.15 \cdot \sin(5\pi x - 16\pi t + \varphi)$

Είναι $y(0,0) = 0.15\sin\varphi = 0.15 \Longrightarrow$

$\Longrightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, κρατάμε $\varphi = \frac{\pi}{2}$,

άρα $y(x,t) = 0.15\cos(5\pi x - 16\pi t)$.

$t=0$



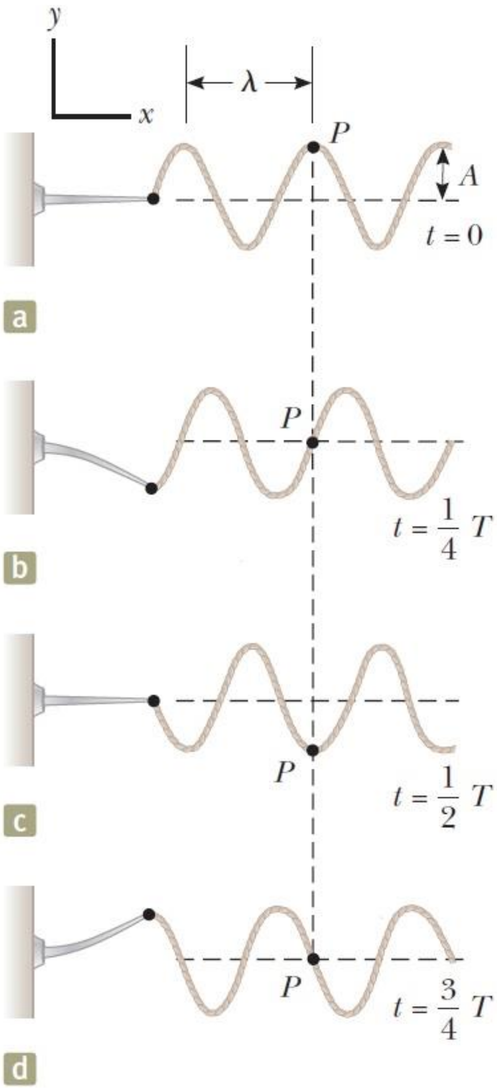
Κύματα

- **Αρμονικά κύματα**
  - Κυματοσυνάρτηση που περιγράφει την κίνηση του στοιχείου P

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$$

  - Εγκάρσια ταχύτητα και επιτάχυνση του στοιχείου P

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A\cos(kx - \omega t)$$
$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A\sin(kx - \omega t)$$



Κύματα

- **Ταχύτητα Διάδοσης $\boldsymbol{v}$ κύματος σε τεντωμένο νήμα**

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{\mu}}}$$

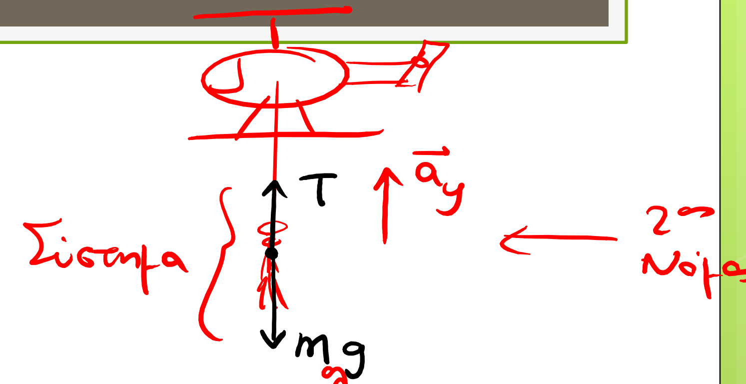
όπου $\boldsymbol{T}$ η τάση του νήματος, και $\boldsymbol{\mu}$ η μάζα του νήματος ανά μονάδα μήκους

- Μάζα ανά μονάδα μήκους

$$\mu = \frac{m}{l}$$

  - Λέγεται και γραμμική πυκνότητα

Κύματα



- **Παράδειγμα:**
  - Ένας **ορειβάτης μάζας 80 kg** παγιδεύεται σε ένα βουνό. Ελικόπτερο διάσωσης έρχεται να τον σώσει, χαμηλώνοντας **συρματόσκοινο μήκους 15 m και μάζας 8 kg** προς το μέρος του. Ο **ιμάντας στο άκρο του έχει μάζα 70 kg**. Φοβισμένος ο ορειβάτης από το σκηνικό, κάνει σήμα στον πιλότο στέλνοντας **εγκάρσιους παλμούς μέσω του συρματόσκοινου**. **Κάθε παλμός θέλει 0.25 s** για να διατρέξει όλο το συρματόσκοινο. Ποια είναι η επιτάχυνση του ελικοπτέρου;

Είναι $\sum \vec{F}_y = m_{ολ} \vec{a}_y \Rightarrow$

$\Rightarrow T - m_{ολ} g = m_{ολ} a_y \Rightarrow$

$\Rightarrow a_y = \dfrac{T - m_{ολ} g}{m_{ολ}} = \dfrac{T}{m_{ολ}} - g$ (1)

Κύματα

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{8}{15}$$

- **Παράδειγμα:**
  - ορειβάτης μάζας 80 kg , συρματόσκοινο μήκους 15 m και μάζας 8 kg, ιμάντας στο άκρο του έχει μάζα 70 kg, εγκάρσιοι παλμοί μέσω του συρματόσκοινου, κάθε παλμός θέλει 0.25 s για να διατρέξει όλο το συρματόσκοινο.

Ποια είναι η επιτάχυνση του ελικοπτέρου;

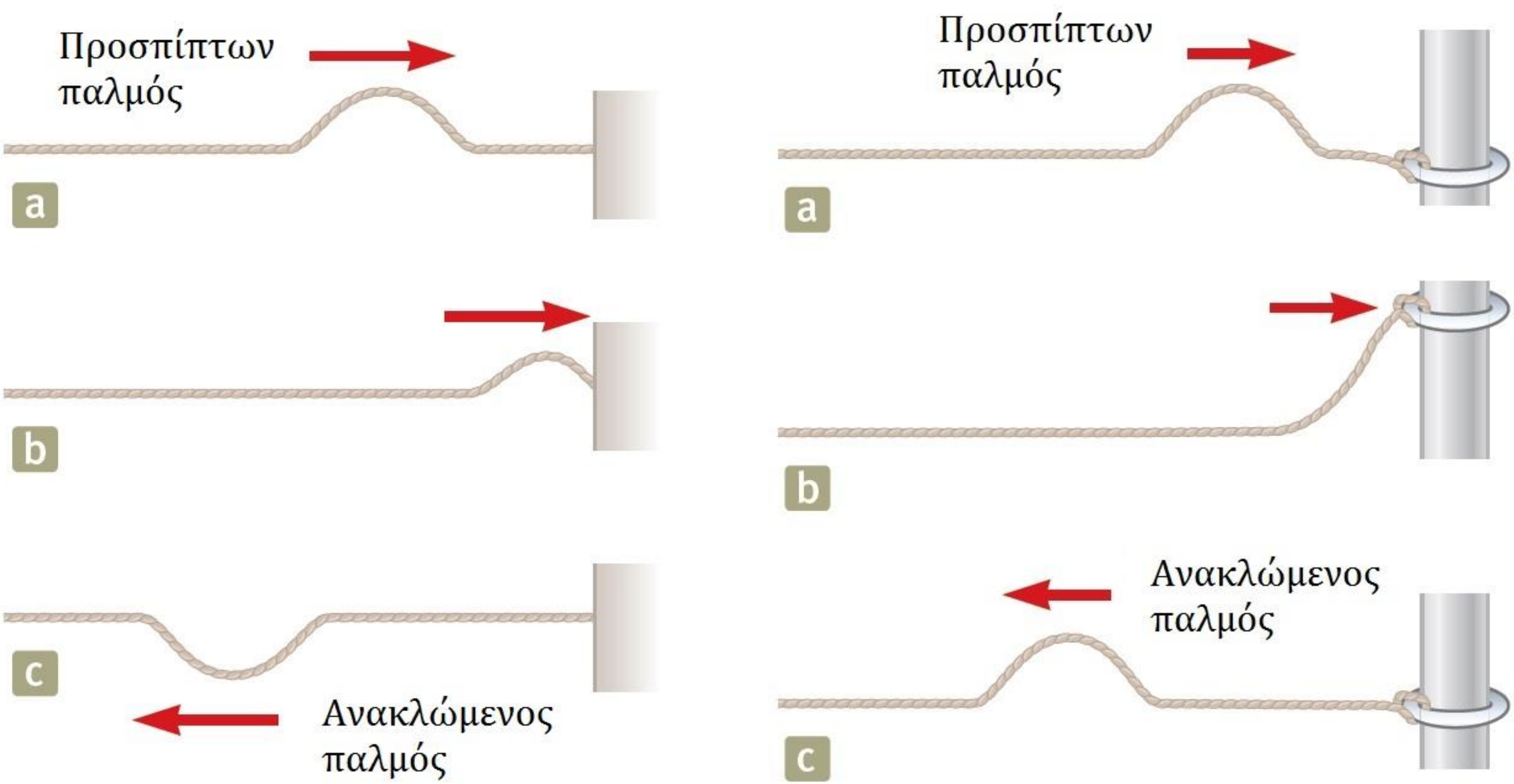
Ξέρω ότι $u = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow T = \mu u^2 = \frac{m_{\sigma\chi}}{\ell_{\sigma\chi.}} u^2$ (2) $\Rightarrow$

$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\ell}{T} = \frac{15}{0{,}25} \frac{m}{s}$

$\Rightarrow$ η (1) λόγω (2) δίνει $a_y = 3\, m/s^2$

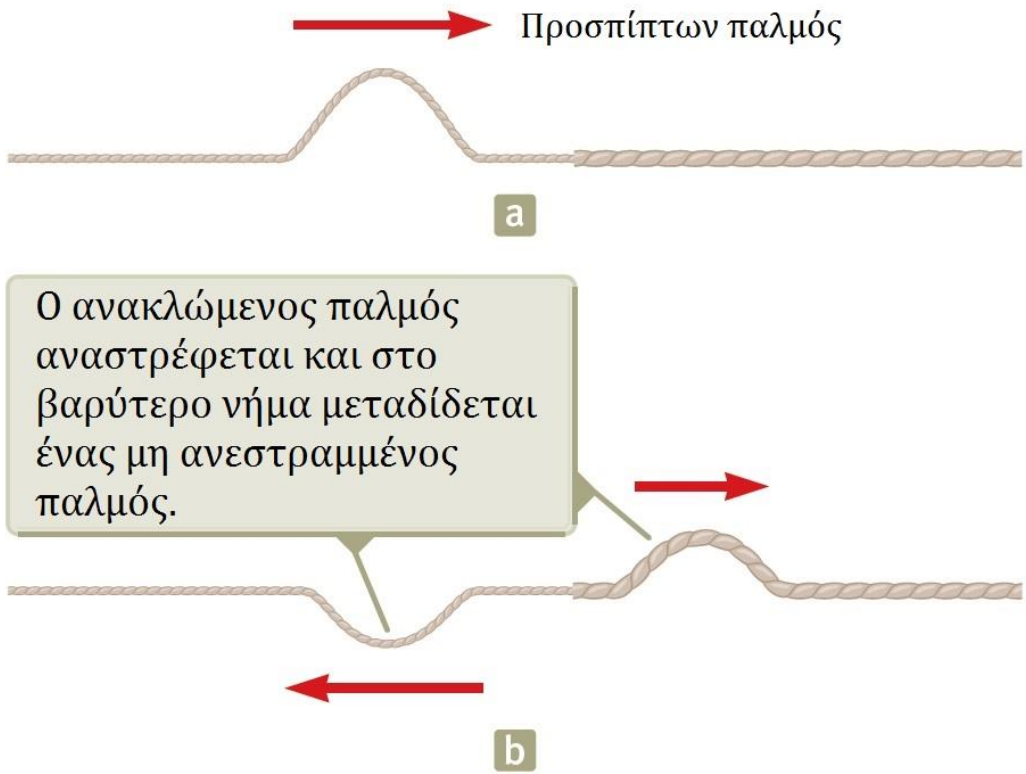
Κύματα

- **Ανάκλαση και διέλευση παλμών**



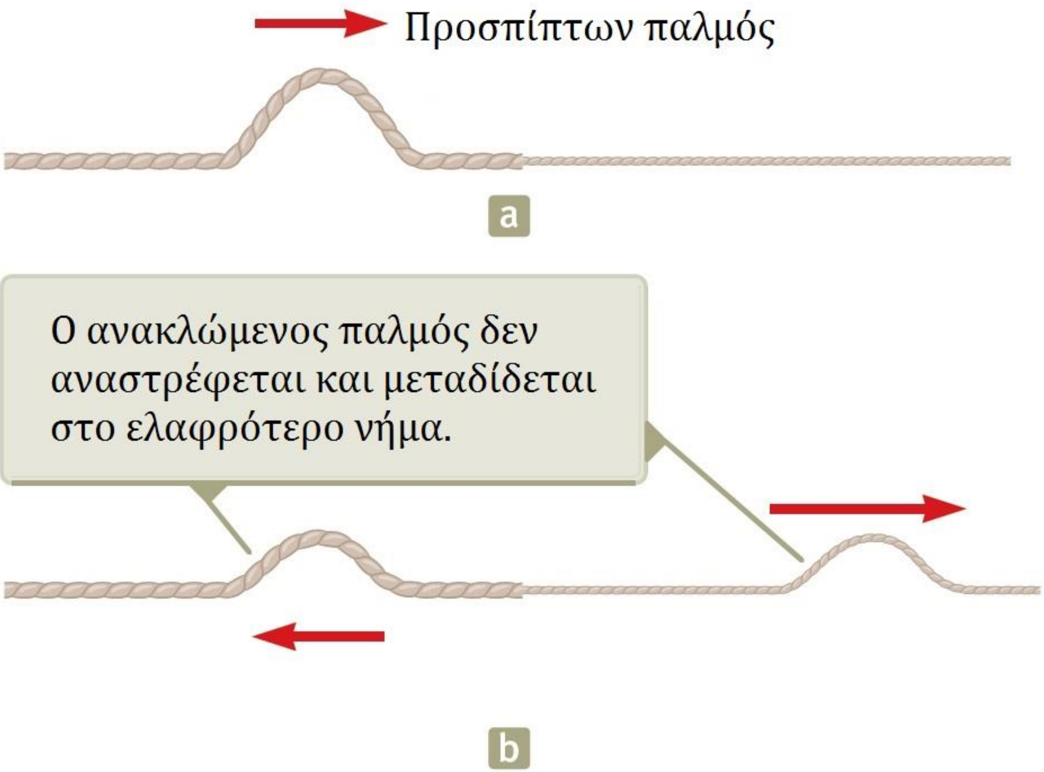
Κύματα

- **Ανάκλαση και διέλευση παλμών**



Κύματα

- **Ανάκλαση και διέλευση παλμών**



Κύματα

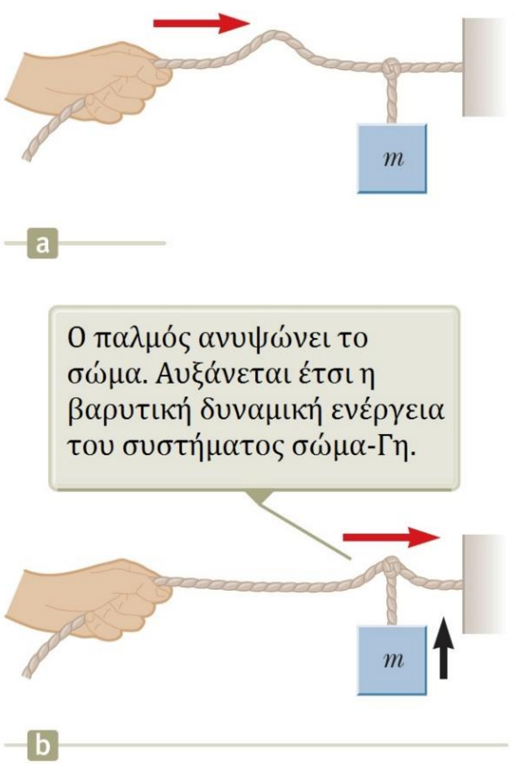
- **Ανάκλαση και διέλευση παλμών**

- <u>Κανόνες:</u>
  - ***Όταν η διάδοση είναι από το μέσο Α στο μέσο Β, με Β πιο πυκνό απ'το Α, τότε συμβαίνει αναστροφή κατά την ανάκλαση.***
  - ***Όταν η διάδοση είναι από το μέσο Α στο μέσο Β, με Α πιο πυκνό απ'το Β, τότε δεν συμβαίνει αναστροφή κατά την ανάκλαση.***

- Α πυκνότερο Β $\Longleftrightarrow$ $v_a < v_b$

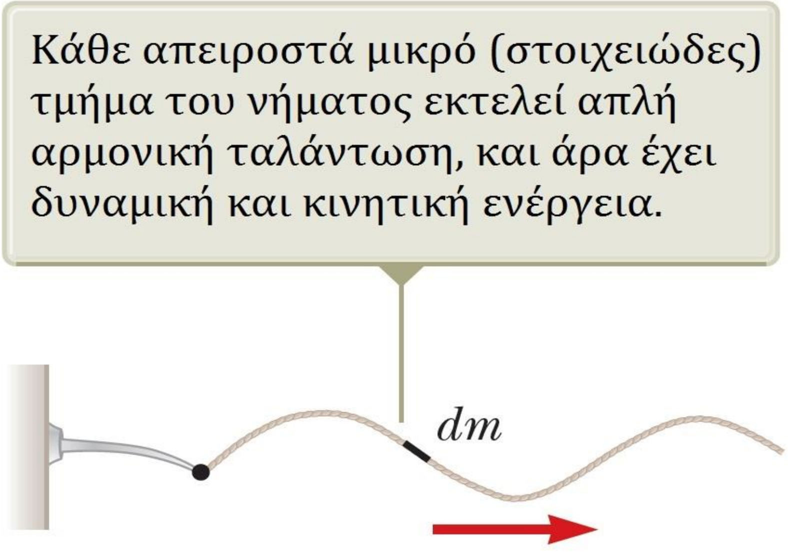
Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**
  - Είπαμε ότι στα μηχανικά κύματα μεταφέρεται ενέργεια
  - Που πηγαίνει αυτή η ενέργεια;
  - Παράδειγμα:
    - Έστω το νήμα ως μη απομονω-μένο σύστημα
    - Ενέργεια λόγω έργου (χέρι)
    - Εξωτερική στο σύστημα
    - Διάδοση κατά μήκος του νήματος



Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**
  - Ας θεωρήσουμε ένα απειροστά μικρό τμήμα του νήματος μήκους dx και μάζας dm
  - Εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση (y-άξονα)!
  - Άρα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια!



Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**
  - **Κινητική ενέργεια**

$$dK = \frac{1}{2}(dm){v_y}^2 = \frac{1}{2}(\mu dx){v_y}^2 \overset{(t=0)}{=} \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx$$

  - Ολοκληρώνοντας για ένα μήκος κύματος

$$K_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

  - **Δυναμική ενέργεια (με όμοιο τρόπο)**

$$U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

  - Η συνολική ενέργεια σε ένα μήκος κύματος ισούται με το άθροισμα κινητικής και δυναμικής

$$E_{mech} = K + U = \mathrm{E}_{\lambda} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

  - ***Ρυθμός μεταφοράς ενέργειας (= Ισχύς)***

$$P = \frac{T_{MK}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{E_{\lambda}}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

Κύματα

- **Γραμμική εξίσωση κύματος που διαδίδεται σε νήμα**

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- ***Γενική μορφή εξίσωσης κύματος***

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

  - Η παραπάνω σχέση ισχύει για διάφορους τύπους κυμάτων

Τέλος Διάλεξης