



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

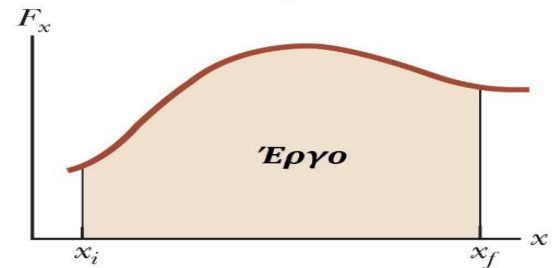
Ενέργεια Συστήματος

Επανάληψη...

- Το **έργο** **W** που παράγεται σε **σύστημα** από δύναμη που ασκείται σε αυτό ορίζεται ως

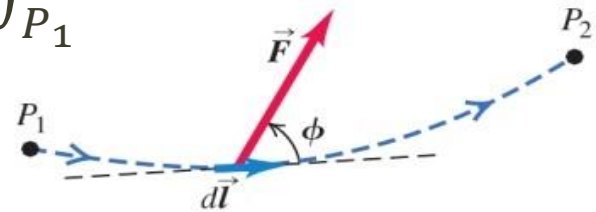
$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta) = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

- Έργο δύναμης μεταβαλλόμενου μέτρου σε ευθεία γραμμή



- Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης:

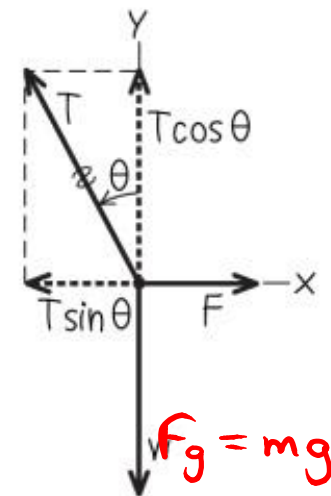
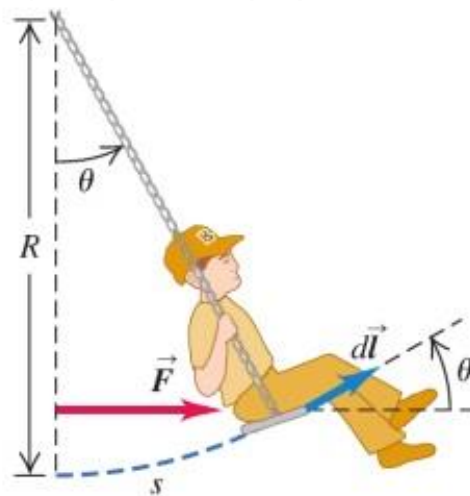
$$W_{o\lambda} = \sum dW = \int \left(\sum \vec{F} \right) \cdot d\vec{r} = \int_{P_1}^{P_2} F \cos \varphi dl$$



Ενέργεια Συστήματος

ο Παράδειγμα (μεταβαλλόμενη δύναμη και διαδρομή):

Ένα αγόρι μάζας m χρησιμοποιεί κούνια μήκους R , και φτάνει σε ανώτατη γωνία θ_c όταν υποστεί **μεταβαλλόμενη** δύναμη F , η οποία είναι αρχικά μηδενική. Θεωρήστε ότι η κίνηση γίνεται πολύ αργά ώστε να θεωρείται ότι το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία κάθε στιγμή. Θεωρήστε ότι το σχοινί και η κούνια έχουν αμελητέο βάρος. Βρείτε το έργο που παράγει η δύναμη F .



Ενέργεια Συστήματος

Παράδειγμα - Λύση

μάζα m , κούνια μήκους R , ανώτατη γωνία θ_c , δύναμη F , η οποία είναι αρχικά μηδενική. Βρείτε το έργο που παράγει η δύναμη F .

μήκος κυκλικού τόξου:

$$s = R \cdot \theta \quad (\theta: \text{rad})$$

(2)

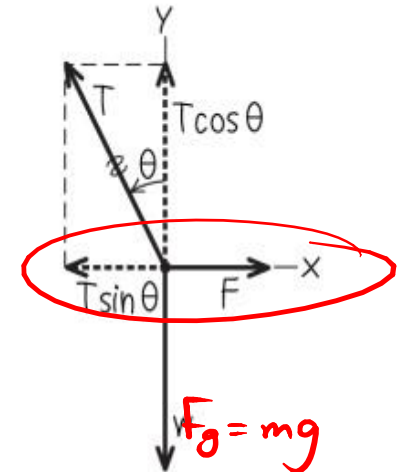
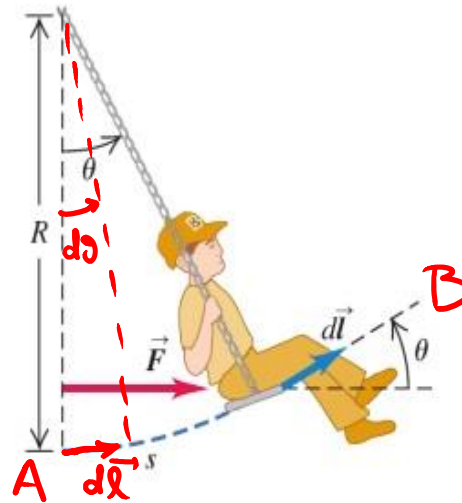
Το σύστημα ισορροπεί σε κάθε σημείο της "ερχιάς" του:

$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow F = T \sin \theta \quad (3)$$

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow F_g = T \cos \theta$$

Ξέρουμε ότι

mg



$$W_F = \sum dW_F = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B F \cos \theta dl \quad (1) \quad \left\{ \begin{array}{l} (3) \\ \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\text{Από (2)} \Rightarrow dl = R \cdot d\theta$$

Ενέργεια Συστήματος

• Παράδειγμα - Λύση

μάζα m , κούνια μήκους R , ανώτατη γωνία θ_c , δύναμη F , η οποία είναι αρχικά μηδενική. Βρείτε το έργο που παράγει η δύναμη F .

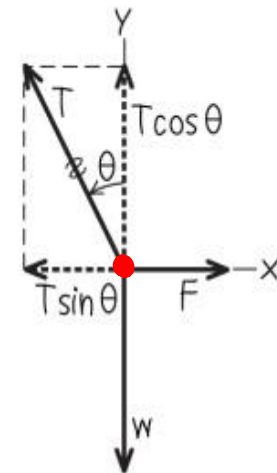
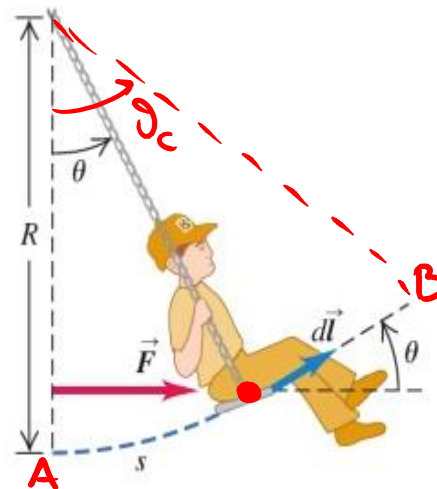
$$\Rightarrow W_F = \int_A^B F \cos \theta \, dl$$

$$= \int_0^{\theta_c} F \cos \theta \, R \, d\theta.$$

$$W_F \stackrel{(3)}{=} \int_0^{\theta_c} T R \cos \theta \sin \theta \, d\theta$$

$$\stackrel{(3)}{=} \int_0^{\theta_c} R \frac{mg}{\cos \theta} \cos \theta \cdot \sin \theta \, d\theta$$

$$= \int_0^{\theta_c} R mg \sin \theta \, d\theta = R mg \int_0^{\theta_c} \sin \theta \, d\theta = R mg (-\cos \theta)_0^{\theta_c} = R mg (1 - \cos \theta_c)$$



Τριγωνμετρία

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

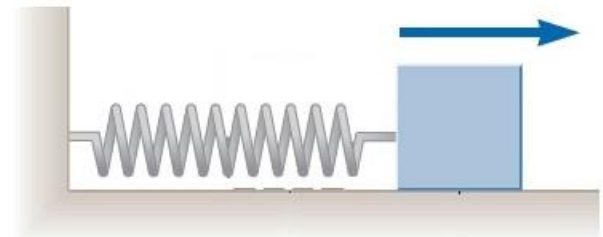
Ενέργεια Συστήματος

- ◉ **Έργο ελατηρίου** (σύστημα = σώμα)
 - ◉ Σύστημα όπου η δύναμη μεταβάλλεται με τη θέση
 - ◉ Μέτρο δύναμης ελατηρίου στο σώμα (Νόμος του Hooke)

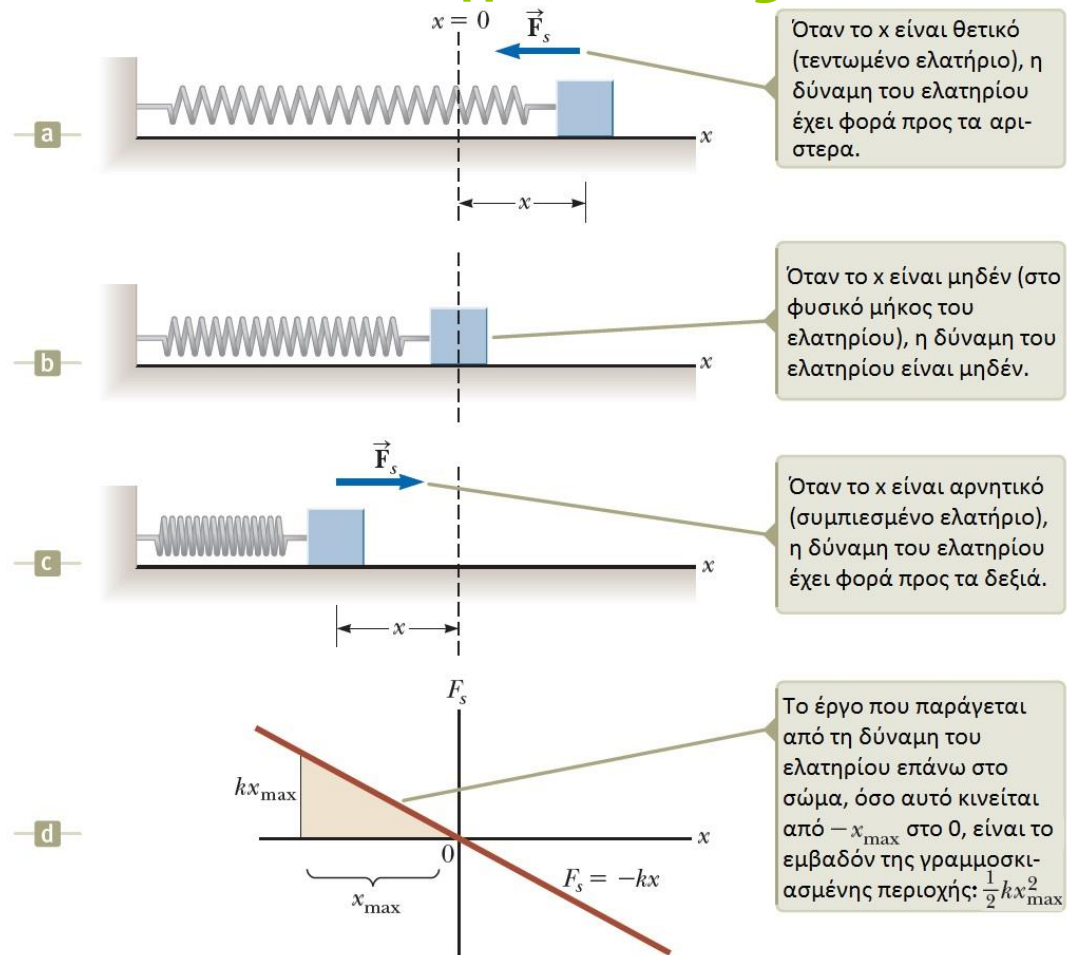
$$F_s = -kx$$

- ◉ Η τιμή του k είναι μια ένδειξη της σκληρότητας του ελατηρίου
 - ◉ Μεγάλο $k \rightarrow$ σκληρό ελατήριο
 - ◉ Μικρό $k \rightarrow$ μαλακό ελατήριο
- ◉ Μονάδες της σταθεράς k είναι N/m
- ◉ Διανυσματική μορφή

$$\vec{F}_s = F_s \vec{l} = -kx \vec{l}$$



Ενέργεια Συστήματος



Ενέργεια Συστήματος

- Ας θεωρήσουμε ότι το ελατήριο συμπιέζεται στη μέγιστη τιμή (θέση $x_i = -x_{max}$) και αφήνεται ελεύθερο.
- Έστω η τελική θέση $x_f = 0$
- Το έργο της δύναμης του ελατηρίου επάνω στο σώμα ισούται με

$$\begin{aligned} W_s &= \int \vec{F}_s \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i}) = \int_{-x_{max}}^0 (-kx)dx \\ &= \frac{1}{2} kx_{max}^2 \end{aligned}$$

Ενέργεια Συστήματος

- Ας θεωρήσουμε ότι το ελατήριο συνεχίζει την πορεία του (θέση $x_i = 0$)
- Έστω η τελική θέση $x_f = x_{max}$
- Το έργο της δύναμης του ελατηρίου επάνω στο σώμα ισούται με

$$\begin{aligned} W_s &= \int \vec{F}_s \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i}) = \int_0^{x_{max}} (-kx)dx \\ &= -\frac{1}{2}kx_{max}^2 \end{aligned}$$

Ενέργεια Συστήματος

- Άρα το συνολικό έργο της δύναμης ελατηρίου επάνω στο σώμα **για μετατόπιση από $-x_{max}$ ως x_{max}** είναι μηδέν!!
- Για μια οποιαδήποτε μετατόπιση:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω μια εξωτερική δύναμη που εφαρμόζεται στο σύστημα-σώμα

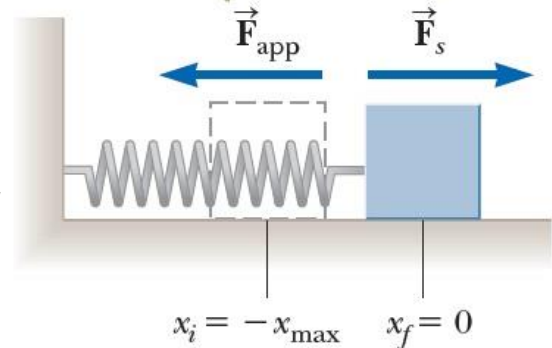
- Κίνηση από το $-x_{max}$ στο 0

- $$W_{ext} = \int \vec{F}_{app} \cdot d\vec{r}$$
$$= \int_{x_i}^{x_f} (kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i})$$
$$= \int_{-x_{max}}^0 kx dx = -\frac{1}{2} kx_{max}^2$$

- Για οποιαδήποτε μετατόπιση

$$W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} kx dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2$$

Αν η διαδικασία της κίνησης του σώματος γίνεται ΠΟΛΥ αργά, τότε η $\vec{F}_{app}$ είναι ίση σε μέτρο και αντίθετης φοράς με την $\vec{F}_s$, για κάθε χρονική στιγμή.

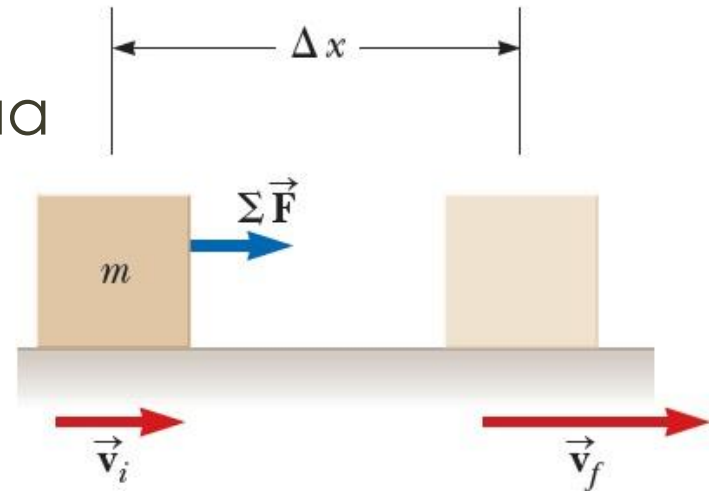


Ενέργεια Συστήματος

- Έργο → Μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας
 - Τι γίνεται αυτή η ενέργεια;
 - Πιθανότατα αλλάζει την ταχύτητα ενός σώματος
- 1^{ος} Τύπος Ενέργειας που μπορεί να έχει ένα σύστημα: **Κινητική Ενέργεια**

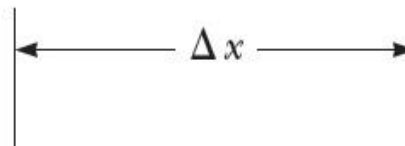
- Έστω το διπλανό παράδειγμα

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$



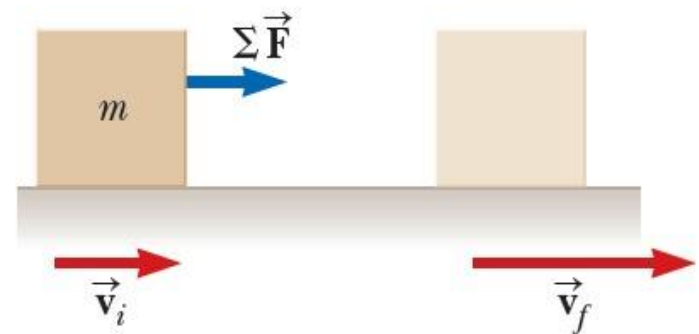
Ενέργεια Συστήματος

- Θεωρήστε την συνισταμένη των $\vec{F}$ σταθερή
- Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση
- Άρα

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a\Delta x \leftrightarrow a = \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x}$$


- Από 2^ο νόμο Newton, είναι

$$\Sigma F = ma$$



Ενέργεια Συστήματος

• Άρα

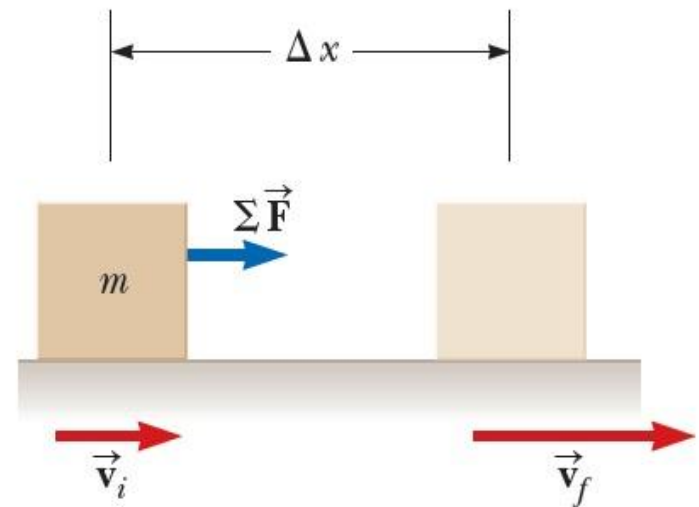
$$\sum F = m \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x} \leftrightarrow \sum F \Delta x = \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2$$

• Το 1^ο μέλος είναι ο ορισμός του έργου σταθερής δύναμης

• Άρα

$$\begin{aligned} W_{ext} &= \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2 \\ &= K_f - K_i \end{aligned}$$

όπου K_x η **κινητική ενέργεια**



Ενέργεια Συστήματος

- Η κινητική ενέργεια αναπαριστά την ενέργεια που σχετίζεται με την **κίνηση** ενός σώματος
 - Μονάδα μέτρησης: 1 Joule (J)
- Μια άλλη οπτική:

$$W_{ext} = K_f - K_i = \Delta K \leftrightarrow K_f = K_i + W_{ext}$$

- **Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου**
 - Όταν σε ένα σύστημα παράγεται έργο από μια συνισταμένη δυνάμεων, και η μόνη αλλαγή σε αυτό αφορά την ταχύτητά του, το συνολικό έργο ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος

Ενέργεια Συστήματος

- Ως τώρα, είδαμε την επίδραση **εξωτερικών** δυνάμεων σε ένα σύστημα ενός μόνο σώματος
- Ας δούμε συστήματα από δυο ή περισσότερα σωματίδια με δυνάμεις **εσωτερικές** στο σύστημα

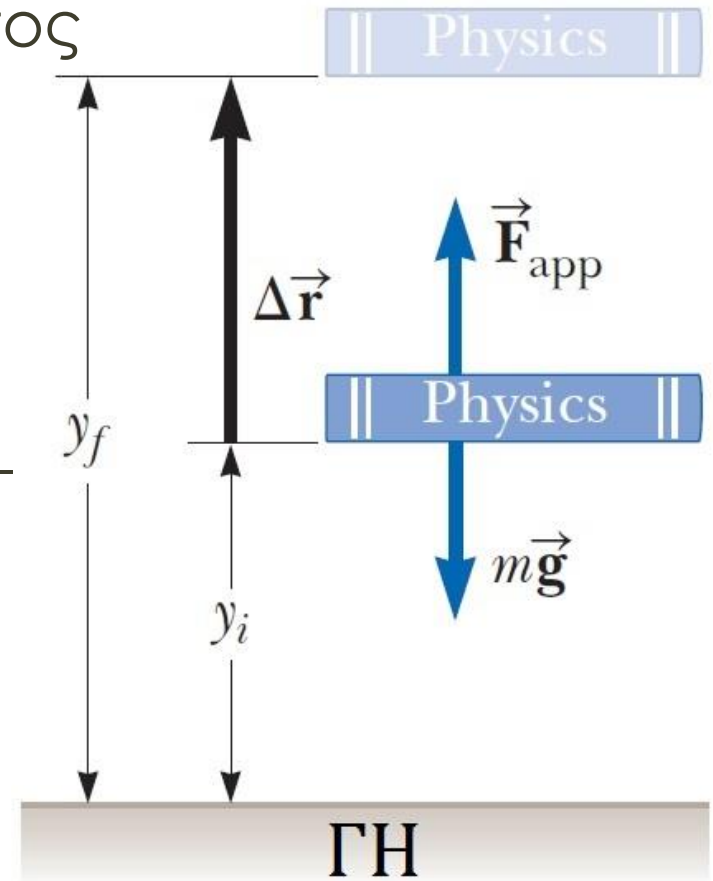
Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα Βιβλίο-Γη

- Αύξηση ενέργειας συστήματος λόγω έργου της $\vec{F}_{app}$

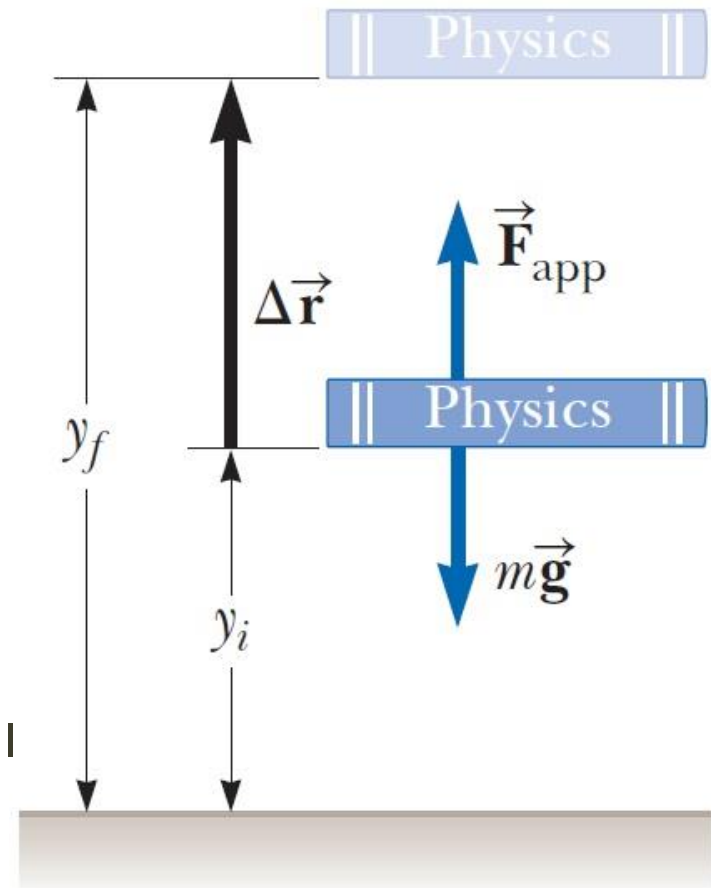
- Καμιά αλλαγή στην κινητική ενέργεια του συστήματος
 - Άρα δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το Θεώρημα Κινητικής Ενέργειας – Έργου

- Η ενέργεια πρέπει να έχει απόθηκευτεί με άλλη μορφή



Ενέργεια Συστήματος

- Αν αφήσουμε το βιβλίο, θα πέσει στο ύψος y_i
- Τώρα, το βιβλίο (και το σύστημα) έχει κινητική ενέργεια
 - Προέρχεται από το έργο κατά την ανύψωση του νωρίτερα
- Η ενέργεια που ήταν αποθηκευμένη στο βιβλίο πριν αυτό αφεθεί να πέσει λέγεται **δυναμική ενέργεια**

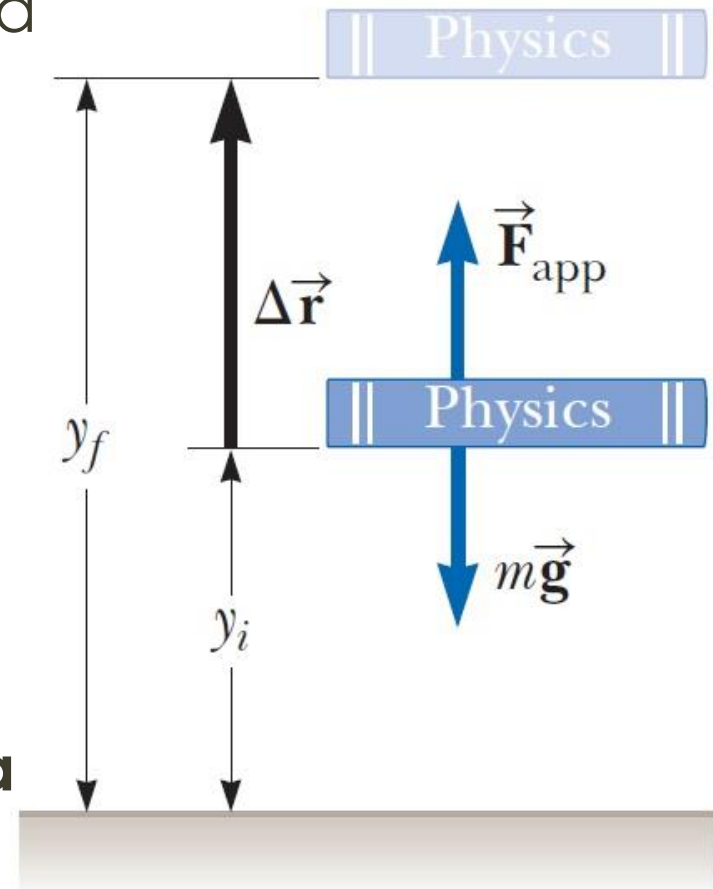


Ενέργεια Συστήματος

- Εφαρμόζουμε δύναμη για να ανυψώσουμε το βιβλίο με σταθερή (πολύ αργή) ταχύτητα (έτσι ώστε $\vec{F}_{app} = -m\vec{g}$)

- $$\begin{aligned} W_{ext} &= \vec{F}_{app} \cdot \Delta\vec{r} \\ &= mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} \\ &= mgy_f - mgy_i \\ &= \Delta U_g \end{aligned}$$

- Βαρυτική Δυναμική ενέργεια**
$$U_g = mgy$$



Ενέργεια Συστήματος

- **Θυμηθείτε:**

- Είδαμε ότι το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα μπορεί να ισοδυναμεί με μεταβολή της κινητικής του ενέργειας, που μεταφράζεται σε **κίνηση** των μελών του συστήματος.
- Στην προηγούμενη περίπτωση, είδαμε ότι το έργο που παράγεται εμφανίζεται ως δυναμική ενέργεια στο σύστημα, που αναπαριστά αλλαγή στη

διάταξη/ διαμόρφωση/σύνθεση

των μελών του συστήματος.

Ενέργεια Συστήματος

- Σε προβλήματα, πρέπει να επιλέγουμε μια διάταξη των μελών του συστήματος (διάταξη αναφοράς) όπου η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδενική.
- Για παράδειγμα, η επιφάνεια της Γης.
- Μερικές φορές, το πρόβλημα «οδηγεί» στην κατάλληλη επιλογή της διάταξης

Ενέργεια Συστήματος

- Ας δούμε μια άλλης μορφής δυναμική ενέργεια που μπορεί να έχει ένα σύστημα
- Σύστημα ελατήριο-σώμα (όχι μόνο σώμα!)
- Είδαμε νωρίτερα ότι

$$W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} (kx) dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2$$

- Το έργο που παράγεται στο σύστημα εξαρτάται από την αρχική και την τελική θέση
 - Είναι κι αυτό μια **διάταξη** των μελών του συστήματος!

Ενέργεια Συστήματος

• Άρα

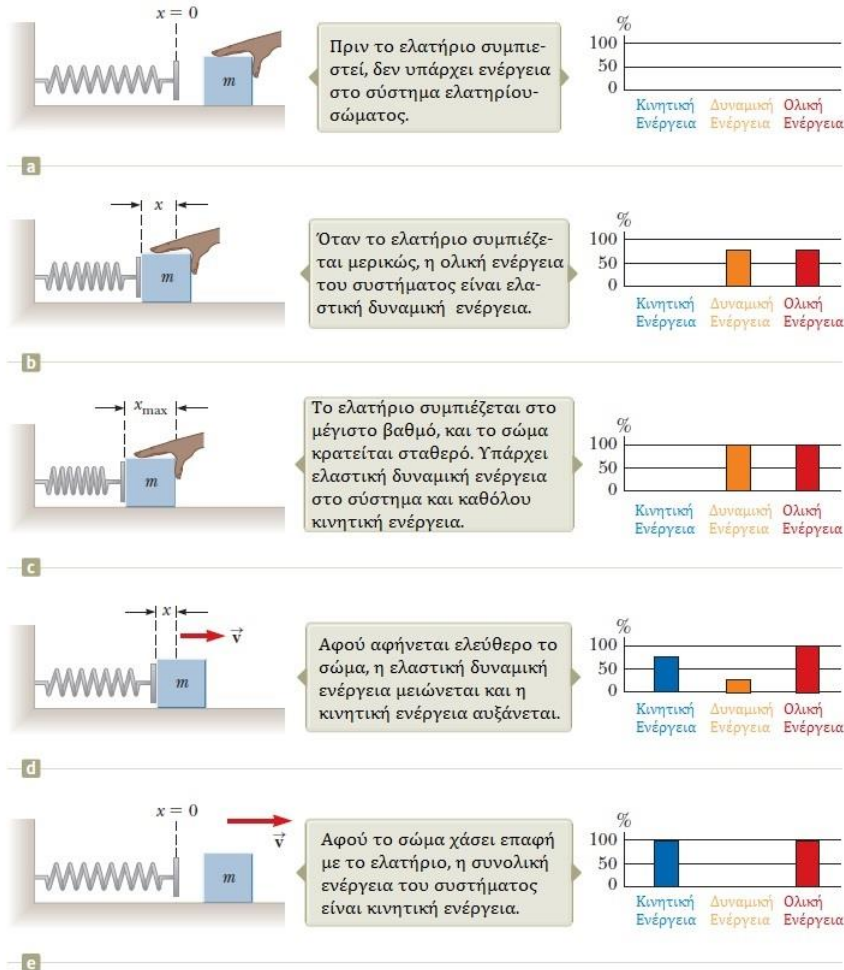
$$\begin{aligned} W_{ext} &= \int_{x_i}^{x_f} (kx) dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2 \\ &= U_s^f - U_s^i \\ &= \Delta U_s \end{aligned}$$

όπου

$$U_s = \frac{1}{2} kx^2$$

η **ελαστική δυναμική ενέργεια** που σχετίζεται με το σύστημα σώματος-ελατηρίου

Ενέργεια Συστήματος



Παράγεται έργο από το χέρι επάνω στο σύστημα ελατηρίου-σώματος, κι έτσι η συνολική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται.

Δεν παράγεται κανένα έργο στο σύστημα ελατηρίου-σώματος από εξωτερική δύναμη, κι έτσι η συνολική ενέργεια του συστήματος είναι σταθερή

Ενέργεια Συστήματος

- Ας δούμε και μια ακόμη μορφή ενέργειας που μπορεί να έχει ένα σύστημα

- Σύστημα = επιφάνεια

- Τριβή ολίσθησης

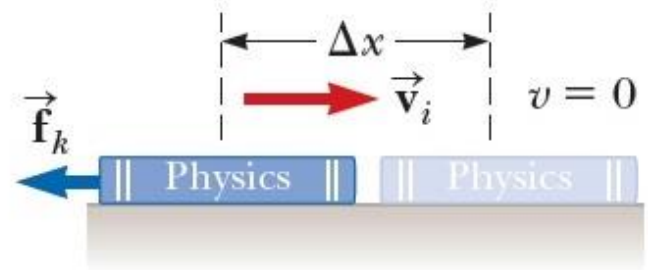
- Παράγει έργο στην επιφάνεια

- Θετικό έργο παράγεται στην επιφάνεια

- Καμιά μεταβολή στην κινητική κατάσταση της!

- Καμιά μεταβολή σε δυναμική ενέργεια

- Πού πήγε η ενέργεια??

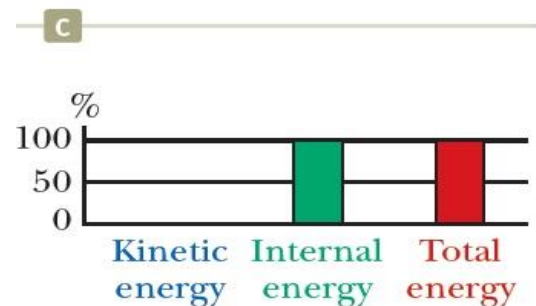
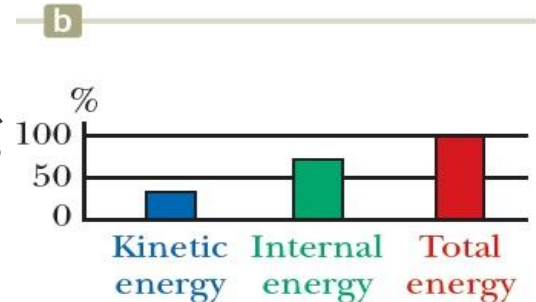
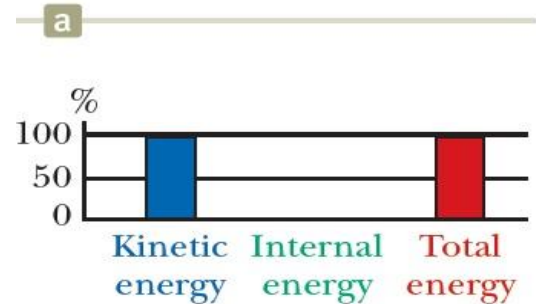
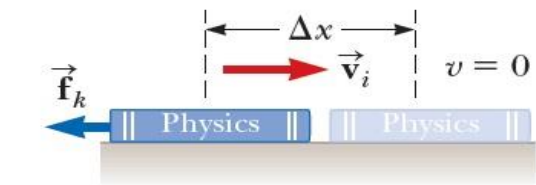


a

Ενέργεια Συστήματος

- Η ενέργεια αυτή μετατράπηκε σε **εσωτερική ή θερμική ενέργεια** του συστήματος
 - Η επιφάνεια θερμάνθηκε!
- Θα ονομάζουμε την ενέργεια που σχετίζεται με τη θερμοκρασία ενός συστήματος ως **εσωτερική ή θερμική ενέργεια**, και θα τη συμβολίζουμε με

$$E_{int}$$





Τέλος Διάλεξης