ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

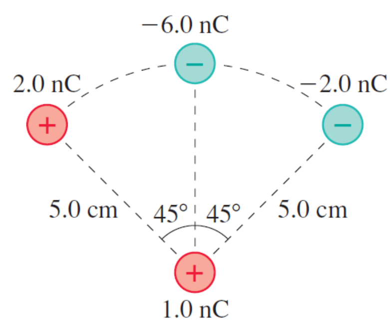
ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2017
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Τέταρτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 27/11/2017 Ημερομηνία Παράδοσης: 5/12/2017

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

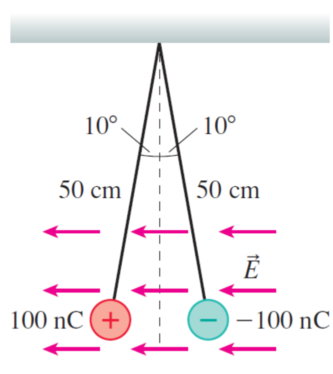
Άσκηση 1. Ποιά είναι η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ στο σωματίδιο φορτίου 1 nC[1] στο κάτω μέρος του Σχήματος 1; Δώστε την απάντησή σας υπό μορφή συνιστωσών. Θεωρήστε ότι $k_e = 9.0 \times 10^9$ Nm^2/C.



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 1.

Απάντηση: $\vec{F} = 1.02 \times 10^{-5}\vec{i} + 2.2 \times 10^{-5}\vec{j}$

Άσκηση 2. Δυο όμοιες μικρές σφαίρες φορτίζονται με φορτία 100×10^{-9} C και -100×10^{-9} C αντίστοιχα, και κρέμονται σε ισορροπία από νήμα μήκους 0.5 m υπό επίδραση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου 100000



Σχήμα 2: Σχήμα Άσκησης 2.

N/C, όπως στο Σχήμα 2. Θεωρήστε ότι $k_e = 9.0 \times 10^9$ Nm^2/C. Πόση είναι η μάζα κάθε σφαίρας;

Απάντηση: $m = 0.00405$ kg

[1] 1 nC = 1×10^{-9} C

Άσκηση 3. Στην τάξη βρήκαμε το ηλεκτρικό πεδίο που παράγεται στο σημείο $(0,0)$ ενός συστήματος αξόνων από μια ομογενώς φορτισμένη ράβδο μήκους L με γραμμική πυκνότητα φορτίου λ και συνολικό φορτίο Q, αν η ράβδος κείται παράλληλα και επάνω στον άξονα $x'x$ σε απόσταση α του αριστερού της άκρου από το σημείο $(0,0)$. Σας δίνεται ότι $\int \frac{dx}{(x^2 \pm \beta^2)^{3/2}} = \frac{\pm x}{\beta^2\sqrt{x^2 \pm \beta^2}}$

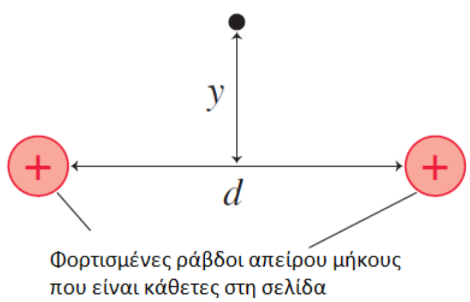
(α΄) Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο αν η ίδια ράβδος βρίσκεται *κάθετα* στον άξονα $x'x$, σε απόσταση $x = \alpha$ από το σημείο $(0,0)$, και ο άξονας $x'x$ διχοτομεί τη ράβδο.

(β΄) Πως συμπεριφέρεται η ράβδος αν την απομακρύνουμε αρκετά από το σημείο $(0,0)$, δηλ. αν $\alpha \gg L$;

(γ΄) Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στην περίπτωση που η ράβδος γίνει *απειροστά* μεγάλη, διατηρώντας την γραμμική πυκνότητά της λ σταθερή, δηλ. υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο ίδιο σημείο όταν $L \to +\infty$. Θα χρειαστεί να παραγοντοποιήσετε το υπόριζο της απάντησής σας στο ερώτημα (α).

<u>Απάντηση:</u> (α) $E = k_e \frac{Q}{\alpha\sqrt{\alpha^2 + (L/2)^2}}$, (γ) $E = k_e \frac{2\lambda}{\alpha}$

Άσκηση 4. Στο Σχήμα 3 βλέπετε **μια διατομή δυο φορτισμένων ράβδων απείρου μήκους** που βρίσκονται κάθετα στο χαρτί σας και απέχουν απόσταση d μεταξύ τους. Καθεμιά διαθέτει γραμμική πυκνότητα φορτίου λ. Χρησιμοποιήστε την απάντηση της προηγούμενης άσκησης και βρείτε μια έκφραση για το ηλεκτρικό πεδίο E σε ύψος y που βρίσκεται στη μεσοκάθετο της γραμμής που ενώνει τις δυο ράβδους.



Σχήμα 3: Σχήμα Άσκησης 4.

<u>Απάντηση:</u> $\vec{E} = k_e \frac{16\lambda y}{4y^2 + d^2}\vec{j}$

Άσκηση 5. Στα τρια παραδείγματα εύρεσης ηλεκτρικού πεδίου από συνεχείς κατανομές φορτίου (ράβδος, δακτύλιος, δίσκος) που είδαμε στις διαλέξεις, διαπιστώσαμε στα δυο από αυτά (ράβδος, δακτύλιος) ότι αν απομακρύνουμε πολύ την κατανομή φορτίου - σε σχέση με το μέγεθός της - από το σημείο μέτρησης του ηλεκτρικού πεδίου, τότε αυτή αρχίζει να συμπεριφέρεται σαν σημειακό φορτίο, και τότε το ηλεκτρικό πεδίο γίνεται

$$E = k_e \frac{Q}{x^2} \tag{1}$$

με x την απόσταση της κατανομής από το σημείο. Στην περίπτωση του δίσκου, βρήκαμε ότι

$$E = 2k_e\pi\sigma\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right) \tag{2}$$

και αν υποθέσουμε ότι $x \gg R \Longrightarrow x^2 + R^2 \approx x^2$, τότε το ηλεκτρικό πεδίο τείνει στο μηδέν από την παραπάνω σχέση - πράγμα σωστό, αλλά όχι ακριβώς αυτό που περιμέναμε (ή θα θέλαμε να προκύψει). Θεωρώντας $x \gg R \Longrightarrow \frac{R^2}{x^2} \ll 1$:

(α΄) Δείξτε ότι αν χρησιμοποιήσει κανείς τη *διωνυμική προσέγγιση*

$$(1+x)^n \approx 1 + nx, \quad x \ll 1 \tag{3}$$

τότε η Σχέση (2) γράφεται ως

$$E = 2k_e \pi \sigma \frac{R^2}{2x^2} \tag{4}$$

(β΄) Δείξτε ότι η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί ως

$$E = k_e \frac{Q}{x^2} \tag{5}$$

για $x \gg R$, και η οποία δηλώνει ότι και ο δίσκος συμπεριφέρεται ως σημειακό φορτίο για μεγάλες αποστάσεις.