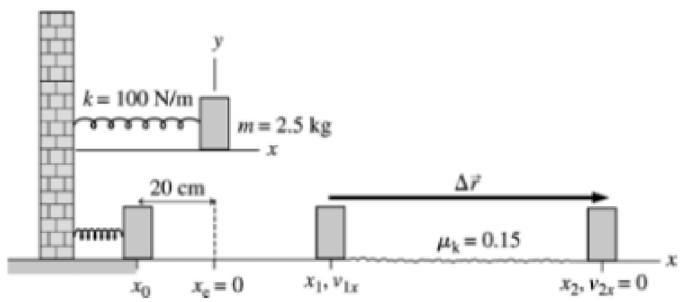
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2016
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Τρίτο Φροντιστήριο

Άσκηση 1.
Ένα οριζόντιο ελατήριο με σταθερά 100 N/m συμπιέζεται κατά 20 cm ώστε να εκτοξεύσει ένα κουτί βάρους 2.5 kg κατά μήκος λείας επιφάνειας. Αφού το κουτί διανύσει κάποια απόσταση, η επιφάνεια γίνεται τραχειά. Η συντελεστής τριβής είναι 0.15. Χρησιμοποιήστε την ενέργεια για να βρείτε τι απόσταση θα διανύσει το κουτί κατά μήκος της τραχειάς επιφανείας εως ότου σταματήσει

Λύση



Όταν η επιφάνεια είναι λεία, η διατήρηση της ενέργειας μας δίνει

$$\frac{1}{2}k(x_0 - x_e)^2 = \frac{1}{2}mv_{1x}^2 = K_1 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}(100 \text{ N/m})(0.20 \text{ m} - 0 \text{ m})^2 = 2.0J$$

Επομένως το κουτί εκτοξεύεται, οριζόντια, με κινητική ενέργεια ίση με 2 J. Εφόσον σε κάποια χρονική στιγμή θα σταματήσει, αυτό συνεπάγεται ότι στην διάρκεια της κίνησης του του κουτί θα χάσει 2 J κινητικής ενέργειας. Η συνισταμένη των δυνάμεων στο κουτί είναι $\vec{F}_{\text{net}} = -\vec{f}_k = -\mu_k mg\vec{i}$. Από το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας έχουμε

$$\begin{aligned} W_{\text{net}} = \vec{F}_{\text{net}}\Delta\vec{r} &= K_2 - K_1 = 0 \text{ J} - 2.0 \text{ J} = -2.0 \text{ J} \\ (-\mu_k mg)(x_2 - x_1) &= -2.0 \text{ J} \\ (x_2 - x_1) &= \frac{2.0 \text{ J}}{\mu_k mg} = \frac{2.0 \text{ J}}{(0.15)(2.5 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)} \end{aligned}$$

Άσκηση 2.

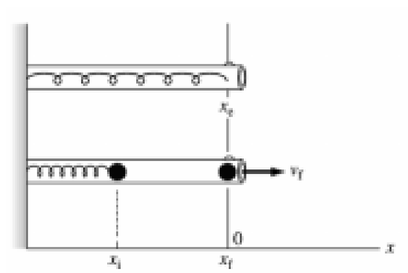
Ένας μηχανικός σχεδιάζει ένα ¨εν μέρει¨ ελατήριο που ικανοποιεί τον τύπο $F_x = -q(x - x_e)^3$, όπου x_e είναι η θέση ισορροπίας στο τέλος του ¨ελατηρίου' και q είναι η σταθερά του. Για απλότητα θεωρούμε ότι $x_e = 0$ m. Συνεπώς $F_x = -qx^3$.

a. Ποιες είναι οι μονάδες του q

b. Να βρείτε τον τύπο της δυναμικής ενέργειας ενός τεντωμένου ή συμπιεσμένου 'ελατηρίου¨.

c. Ένα παιχνίδι με ένα τέτοιο 'ελατήριο¨ εκτοξεύει μια πλαστική μπάλα 20 g. Ποια είναι η ταχύτητα εκτόξευσης αν η σταθερά του 'ελατηρίου¨ είναι $40,000$, με μονάδες αυτές που βρίκατε στο ερώτημα a, και το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά 10 cm Υποθέστε ότι η κάνη είναι ατριβής.

Λύση



a. Οι μονάδες του q είναι N/m^3.

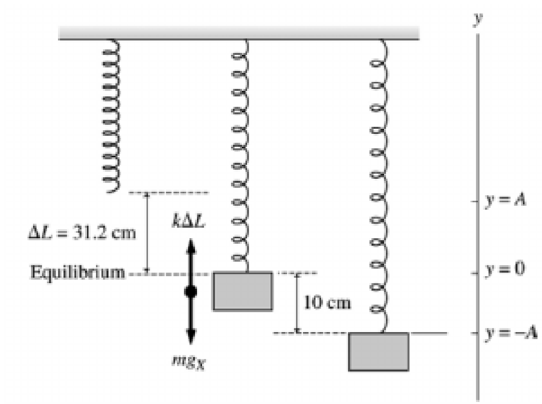
b. Εφόσον $F_x = -dU/dx$, έχουμε $U(x) = -\int F_x dx = -\int_0^x (-qx^3)dx = qx^4/4$.

c. Εφαρμόζοντας τον νόμο διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα μπάλα-'ελατήριο¨ παίρνουμε

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$
$$\frac{1}{2}mv_f^2 + 0\ \mathrm{J} = 0\ \mathrm{J} + \frac{1}{4}qx_i^4$$
$$v_f = \sqrt{\frac{qx^4}{2m}} = \sqrt{\frac{(40,000\ \mathrm{N/m^3})(-0.10\ \mathrm{m})^4}{2(0.02\ \mathrm{kg})}} = 10\ \mathrm{m/s}$$

Άσκηση 3.
Κατά το πρώτο σας διαπλανητικό ταξίδι στον πλανήτη Χ έτυχε να πάρετε μαζί σώμα μάζας 200 g, ένα ελατήριο μήκους 40 cm, ένα μέτρο και ένα χρονόμετρο. Θέλετε να μελετήσετε την επιτάχυνση κατά την ελεύθερη πτώση στον πλανήτη Q, όπου οι απλές εργασίες φαίνονται ευκολότερες συγκρητικά με την Γη, καθώς δεν συμπεριλαμβάνετε στον τουριστικό οδηγό. Μια νύχτα κρεμάτε το ελατήριο από το ταβάνι του δωματίου σας και του κρεμάτε το σώμα. Παρατηρείτε ότι το σώμα τεντώνει το ελατήριο κατά 31.2 cm. Τότε επιμηκύνεται το ελατήριο κατά 10 cm και το αφήνετε. Με το χρονόμετρο βρίσκετε ότι οι 10 ταλαντώσεις χρειάζονται 14.5 s. Βάσει των παρεχόμενων πληροφοριών πόσο είναι το g ;

Λύση



Στο σημείο ισορροπίας η συνολική δύναμη του σώματος μάζας m στον πλανήτη Ξ είναι:

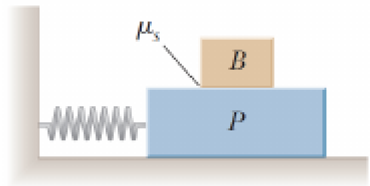
$$F_{net} = k\Delta L - mg_X = 0 \text{ N} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g_X}{\Delta L}$$

Για την απλή αρμονική κίνηση $k/m = \omega^2$, επομένως

$$\omega^2 = \frac{g_X}{\Delta L} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g_X}{\Delta L}} = \frac{2\pi}{L} \Rightarrow g_X = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Delta L = \left(\frac{2\pi}{14.5 \text{ s}}/10\right)^2 (0.312\text{m}) = 5.86\text{m/s}^2$$

Άσκηση 4.

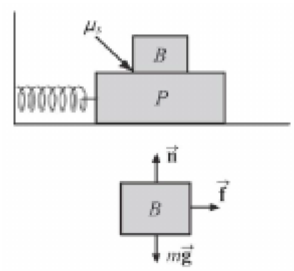
Επανάληψη. Ένα μεγάλο κουτί P, το οποίο είναι συνδεδεμένο με ένα λεπτό ελατήριο, εκτελεί οριζόντια, απλή αρμονική κίνηση καθώς γλιστράει κατα μήκος μιας ατριβούς επιφανείας με συχνότητα $f = 1.5$ Hz. Ένα κουτί B βρίσκεται ακίνησοτ πάνω στο P, όπως φαίνεται στο σχήμα,



και ο συντελεστής της στατικής τριβής ανάμεσα στα δύο κουτιά είναι $\mu_s = 0.6$. Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για το οποίο το κουτί B δεν ολισθαίνει ;

Λύση

Η μέγιστη επιτάχυνση για το ταλαντευόμενο σύστημα είναι $a_{\max} = A\omega^2 = 4\pi^2 A f^2$. Η δύναμη της τριβής που δημιουργείται μεταξύ των δύο κουτιών πρέπει να είναι τέτοια ώστε να μπορεί το κουτί B να επιταχυνθεί με αυτό τον ρυθμό. Επομένως αν είναι έτοιμο να γλιστρήσει



$$f = f_{\max} = \mu_s n = \mu_s m g = m(4\pi^2 A f^2)$$

, το οποίο δίνει και το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης

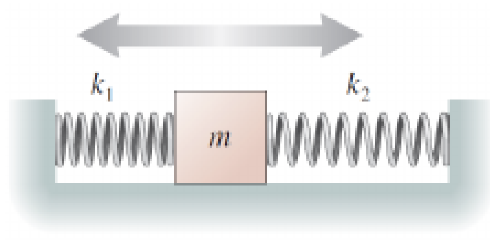
$$A = \frac{\mu_s g}{4\pi^2 f^2} = \frac{(0.6)(980\ \mathrm{cm/s^2})}{4\pi^2(1.5\mathrm{s}^{-1})^2} = 6.62\mathrm{cm}$$

Άσκηση 5.

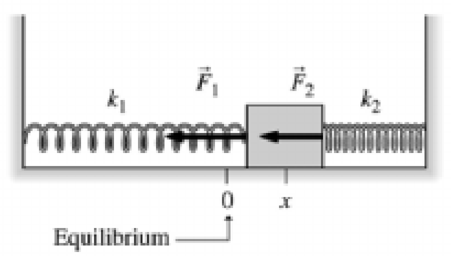
Ένα κουτί κείται πάνω σε ατριβή επιφάνεια, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, και συνδέεται με δύο ελατήρια, σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα. Δείξτε ότι η συχνότητα ταλάντωσης του κουτιού δίνεται από τον τύπο

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$$

, όπου f_1 και f_2 είναι οι συχνότητες με τις οποίες θα ταλαντωνόταν αν ήταν συνδεδεμένο μόνο με ένα εξ' αυτών.



Λύση



Στο κουτί ασκούνται δύο δυνάμεις. Αν το κουτί έχει θετική μετατόπιση, δηλαδή $x > 0$, και οι δύο δυνάμεις (η μια ωθητική η άλλη ευελκιστική) έχουν κατεύθυνση προς τα αριστερά και έχουν αρνητικές τιμές.

$$(F_{\text{net}})_x = (F_{\text{sp1}})_x + (F_{\text{sp2}})_x = -k_1 x - k_2 x = -(k_1 + k_2)x = -k_{\text{eff}} x$$

όπου $k_{\text{eff}} = k_1 + k_2$ είναι η συνολική σταθερά των ελατηρίων. Αυτό σημαίνει ότι η ταλάντωση του κουτιού υπό την δράση και των δυο ελατηρίων είναι ίδια με την ταλάντωση που θα εκτελούσε αν το κουτί ήταν δεμένο σε ένα ελατήριο, με σταθερά k_{eff}. Επομένως για την συχνότητα του κουτιού έχουμε

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{\text{eff}}}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = \sqrt{\frac{k_1}{4\pi^2 m} + \frac{k_2}{4\pi^2 m}} = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$$

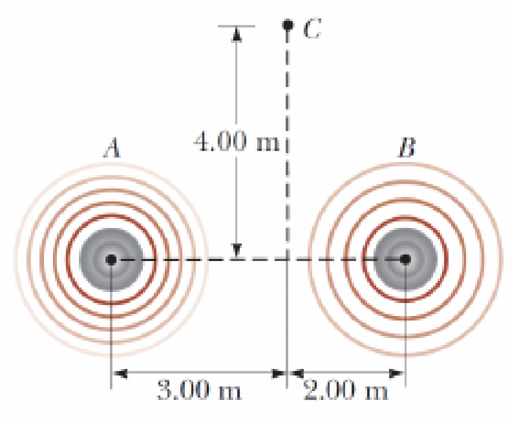
Άσκηση 6.

Δύο μικρά ηχεία εκπέμπουν ηχητικά κύματα διαφορετικών συχνοτήτων, κατά τον ίδιο τρόπο προς κάθε κατεύθυνση. Το ηχείο A έχει εξαγώμενο 1.00 mW και το ηχείο B έχει εξαγώμενο 1.50 mW. Υπολογίστε το επίπεδο του ήχου στο σημείο C, σε dB, υποθέτοντας ότι

(α) μόνο ο A εκπέμπει ήχο

(β) μόνο ο B εκπέμπει ήχο

(γ) και οι δύο εκπέμπουν ήχο



Λύση

Καθώς τα ηχεία μεταδίδουν τον ήχο ομοίως προς κάθε κατεύθυνση η ένταση του ήχου είναι ανάλογη της ρίζας της απόσατασης από την πηγή του ήχου.

(α) $r_{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2 \text{ m}} = 5 \text{ m}$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1 \times 10^{-3} \text{ W}}{4\pi(5 \text{ m})^2} = 3.18 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{3.18\times10^{-6} \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2}\right) = (10 \text{ dB})6.5 = 65 \text{ dB}$$

(β) $r_{BC} = \sqrt{2^2 + 4^2 \text{ m}} = 4.47 \text{ m}$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1.5 \times 10^{-3} \text{ W}}{4\pi(4.47 \text{ m})^2} = 5.97 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{5.97\times10^{-6} \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2}\right) = 67.8 \text{ dB}$$

(γ) $I = 3.18\mu\text{W/m}^2 + 5.97\mu\text{W/m}^2$

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{9.15\times10^{-6} \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2}\right) = 69.6 \text{ dB}$$

Άσκηση 7.
Ένας οδηγός οδηγεί προς Βορρά και με ταχύτητα $25\ \mathrm{m/s}$. Ένα περιπολικό κινείται προς τον Νότο με ταχύτητα $40\ \mathrm{m/s}$, δηλαδή προσεγγίζει τον οδηγό και μάλιστα η σειρίνα του παράγει ήχο με συχνότητα 2500 Hz.

(α) Ποια είναι η συχνότητα που παρατηρεί ο οδηγός καθώς το περιπολικό τον προσεγγίζει ;

(β) Ποια είναι η συχνότητα που παρατηρεί ο οδηγός καθώς το περιπολικό απομακρύνεται από αυτόν ;

(γ) Επαναλάβετε τα ερωτήματα (α) και (β) για την περίπτωση όπου το περιπολικό βρίσκεται πίσω από τον οδηγό και κινείται προς την ίδια κατεύθυνση με αυτόν.

Λύση

(α) Η συχνότητα λόγω του φαινομένου Doppler είναι

$$f' = \frac{f(v+v_0)}{v-v_\pi} = (2500\ \mathrm{Hz})\frac{343+25}{343-40} = 3.04\ \mathrm{kHz}$$

(β) Αφότου το περιπολικό περάσει τον οδηγό

$$f' = (2500\ \mathrm{Hz})\frac{343+(-25)}{343-(-40)} = 2.08\ \mathrm{kHz}$$

(γ) Καθώς το περιπολικό προσπερνάει τον οδηγό

$$f' = (2500\ \mathrm{Hz})\frac{343+(-25)}{343-40} = 2.62\ \mathrm{kHz}$$

Αφότου το περιπολικό προσπεράσει τον οδηγό

$$f' = (2500\ \mathrm{Hz})\frac{343+25}{343-(-40)} = 2.40\ \mathrm{kHz}$$