

HY-111, Απειροστικός Λογισμός II
Εαρινό Εξάμηνο 2009-10
Διδάσκων: Κώστας Παναγιωτάκης
3^η Σειρά Ασκήσεων
Ημερομηνία Παράδοσης: 17-5-2010 (στο μάθημα)

Γενικές Οδηγίες

- Προαιρετικά, μπορείτε να κάνετε χρήση του Matlab, για γραφικές παραστάσεις.

Άσκηση 1 (30%)

Έστω $f(x,y) = 1+xy$, $(x,y) \in S$. Να υπολογιστεί ο όγκος κάτω από το γράφημα της $f(x,y)$.

α) S : το εσωτερικό του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$, $A(0,0)$, $B(0,1)$, $\Gamma(1,0)$, $\Delta(1,1)$.

β) S : το εσωτερικό του τριγώνου $AB\Delta$, $A(0,0)$, $B(0,1)$, $\Delta(1,1)$.

γ) S : το χωρίο που φράσσεται πάνω από γράφημα της $y=1+x$ και κάτω $y=x^2$, $(x,y \geq 0)$.

Άσκηση 2 (20%)

Έστω $f(x,y) = x^2-y^2$, $(x,y) \in S$. Να υπολογιστεί ο συνολικός όγκος κάτω από το γράφημα της $f(x,y)$.

S : το εσωτερικό του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$, $A(-1,-1)$, $B(1,-1)$, $\Gamma(1,1)$, $\Delta(1,-1)$.

Άσκηση 3 (30%)

Έστω $f(x,y) = x^2+y^2$, $(x,y) \in S$, S : το εσωτερικό του ισόπλευρου τριγώνου $AB\Gamma$, $A(0,0)$.

A) Να βρεθούν εάν υπάρχουν σημεία B , Γ ώστε να ισχύουν ταυτόχρονα τα παρακάτω.

1. Ο όγκος κάτω από το γράφημα της $f(x,y)$ να είναι 1.
2. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ να είναι 1.

B) Να βρεθούν σημεία B , Γ ώστε ο όγκος κάτω από το γράφημα της $f(x,y)$ να είναι μέγιστος με το περιορισμό πως το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ να είναι 1.

Στα παραπάνω ερωτήματα αρκεί να βρείτε μία λύση.

Άσκηση 4 (20%)

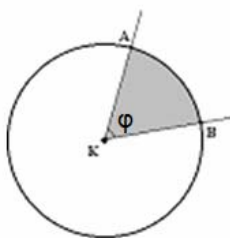
Βρείτε τον όγκο στερεού που βρίσκεται στο πρώτο ογδομήριο και περικλείεται πάνω από την $x^2+y^2 \leq 4$ και κάτω από το επίπεδο $x+y+z=10$.

Bonus: (+10%)

$f(x,y) = 4*x^2+y^2$, $(x,y) \in S$

S : ο κυκλικός δίσκος κέντρου $O(0,0)$ και ακτίνας 1.

Να υπολογιστούν οι διαδοχικές γωνίες $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ ($\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\pi$) ώστε να χωριστεί ο κυκλικός δίσκος S σε 3 κυκλικούς τομείς γωνιών $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ σε καθένα από τους οποίους ο όγκος κάτω από το γράφημα της $f(x,y)$ να είναι ο ίδιος.



Εικόνα 1: Ο Κυκλικός τομέας αποτελείται από τα κοινά σημεία ενός κυκλικού δίσκου και μίας επίκεντρης γωνίας του, όπως είναι το γραμμοσκιασμένο σύνολο της εικόνας.