

HY-111, Απειροστικός Λογισμός II
Εαρινό Εξάμηνο 2008-09
Διδάσκων: Κώστας Παναγιωτάκης
2^η Σειρά Ασκήσεων
Ημερομηνία Παράδοσης: 7-4-2009 (στο μάθημα)

Γενικές Οδηγίες

- Προαιρετικά, μπορείτε να κάνετε χρήση του Matlab, για γραφικές παραστάσεις.

Άσκηση 1 (15%)

Υπολογίστε τα παρακάτω όρια αν υπάρχουν::

α) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{x^3 \cdot y^3 \cdot \cos(y)}{x^2 + y}$

β) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^3 + x - x^2 y - y}{x^2 - y^2}$

γ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x^2 + y}$

Άσκηση 2 (30%)

Σχεδιάστε τις ισοσταθμικές καμπύλες των συναρτήσεων, βρείτε τα ακρότατα τους στο μοναδιαίο δίσκο και υπολογίστε το εφαπτόμενο επίπεδο σε αυτές στο $O(0,0)$:

a) $f(x, y) = 2x^2 + 4y^2 - 2xy$

b) $f(x, y) = \sin(2\pi xy)$

Άσκηση 3 (15%)

Να βρεθούν τα 2 εφαπτόμενα επίπεδα των $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ και $x^3 + y^3 - z = 1$ στο σημείο $(1,1,1)$ και να υπολογιστεί η τομή των επιπέδων.

Άσκηση 4 (10%)

Βρείτε τα σημεία της καμπύλης $x^2 + xy + y^2 = 1$ που βρίσκονται πιο κοντά στην αρχή των αξόνων.

Άσκηση 5 (10%)

Βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + xy + 1$ πάνω στην καμπύλη που ορίζεται από την τομή του επιπέδου $x+z=1$ και του κυλίνδρου $x^2+y^2=2$.

Άσκηση 6 (20%)

Ένα σώμα κινείται στην τροχιά $s(t) = (x(t), y(t))$

Αν θεωρήσουμε πως $x(t) = a_1 t^2 + a_2 t + a_3$, και $y(t) = b_1 t^2 + b_2 t + b_3$. Υπολογίστε τις σταθερές $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ ώστε το σώμα να περνάει από το σημείο $(0,0)$ τη χρονική στιγμή 0 και από το σημείο $(1,1)$ τη χρονική στιγμή 1 και τη χρονική στιγμή 1 να έχει μηδενική ταχύτητα.