

Απειροστικός Λογισμός I (HY110)

Διάλεξη #1



Απειροστικός Λογισμός I

Διδάσκοντες

Τσαγκατάκης Γρηγόρης, greg@csd.uoc.gr

Βοηθοί

Παπαδάκη Αικατερίνη, csdp1277@csd.uoc.gr

Νικοδήμου Βασίλειος – Κλείτος, csdp1086@csd.uoc.gr

Βίλλια Μαρία – Μυρτώ, csdp1316@csd.uoc.gr

Γερακιανάκη Αικατερίνη, csdp1263@csd.uoc.gr

Κουτράκης Μιχάλης, mikoutra@yahoo.gr



Σύντομο βιογραφικό

- Assistant Professor, Computer Science Department, UOC
- Research associate with Signal Processing Lab at the FORTH

- BSc & MSc Electronics and Computer Engineering, TUC (2005, 2007)
- Ph.D. Imaging Science, Rochester Institute of Technology, NY (2011)
- Marie-Curie fellow Electrical and Computer Engineering, USC

- Research interest: (deep) machine learning for big scientific data analysis



Πληροφορίες για το μάθημα

- Διαλέξεις
 - Τρίτη & Πέμπτη 10-12
 - Φροντιστήριο: Παρασκευή 4-6
 - Αμφιθέατρο ΣΟ
 - Ώρες γραφείου: Τρίτη 12-13, B304
- Υλικό μαθήματος
 - <https://www.csd.uoc.gr/~hy110>
 - <https://elearn.uoc.gr/course/view.php?id=3130>



Πληροφορίες για το μάθημα

- Αξιολόγηση μαθήματος
 - Ασκήσεις (20%)
 - Πρόοδος (προαιρετική) (30%)
 - Τελική Εξέταση (50% ή 80%)
- Ασκήσεις
 - 4 υποχρεωτικές σειρές ασκήσεων και
 - 1 άσκηση **bonus** (+10%) με χρήση προγραμμάτων όπως Matlab/octave/python/c + γραπτή αναφορά



Πληροφορίες για το μάθημα

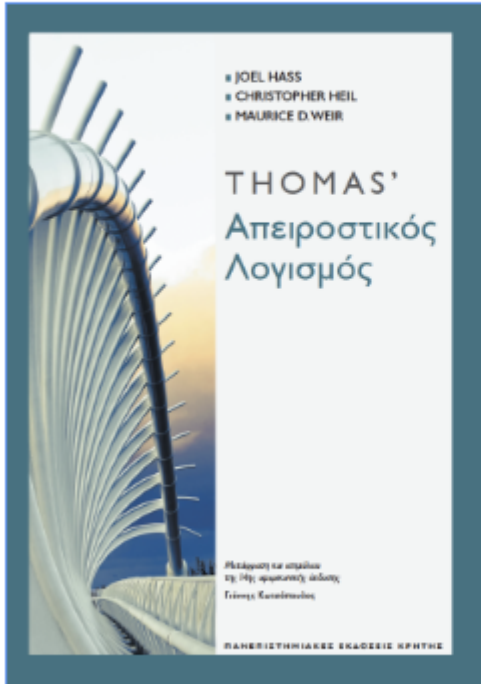
- Συγγράμματα
 - "Thomas Απειροστικός λογισμός" των Joel Hass, Christopher Heil & Maurice D. Weir. 14 έκδοση, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2018
- Εγγραφή στην σελίδα του μαθήματος στο eLearn
- Εγγραφή στην λίστα του μαθήματος:
 - hy110-list@csd.uoc.gr
 - με email στο: majordomo@csd.uoc.gr, χωρίς subject με κείμενο: subscribe hy110-list



- <https://www.csd.uoc.gr/~hy110/>



THOMAS ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ



(μετάφραση της 14ης αμερικανικής έκδοσης)

Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 77107082

Συγγραφείς: [George B. Thomas], Jr., Joel Hass, Christopher Heil, Maurice D. Weir

Αριθμός Έκδοσης	1η
Έτος Τρέχ. Έκδοσης	2018
Λέξεις κλειδιά	
Θεματικές Ενότητες	
ISBN	978-960-524-515-3
Εκδόσεις	ΙΤΕ-ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΡΗΤΗΣ
Δέσιμο	Σκληρό Εξώφυλλο
Διαστάσεις	[21 x 29]
Αριθμός Σελίδων	1277
Διαθέτης (Εκδότης)	ΙΔΡΥΜΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ & ΕΡΕΥΝΑΣ-ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΡΗΤΗΣ
Τύπος	Σύγγραμμα
Ιστοσελίδα Βιβλίου	Εδώ

Ο Απειροστικός Λογισμός του Thomas αποτελεί ένα από τα πιο καταξιωμένα διεθνή συγγράμματα σε προπτυχιακό επίπεδο. Στην πλήρως αναθεωρημένη αυτή έκδοση οι συγγραφείς παρουσιάζουν μια σύντομη προσέγγιση στην απει-



Επισκόπηση διαλέξεων

- Συναρτήσεις
- Όρια συναρτήσεων
- Συνέχεια

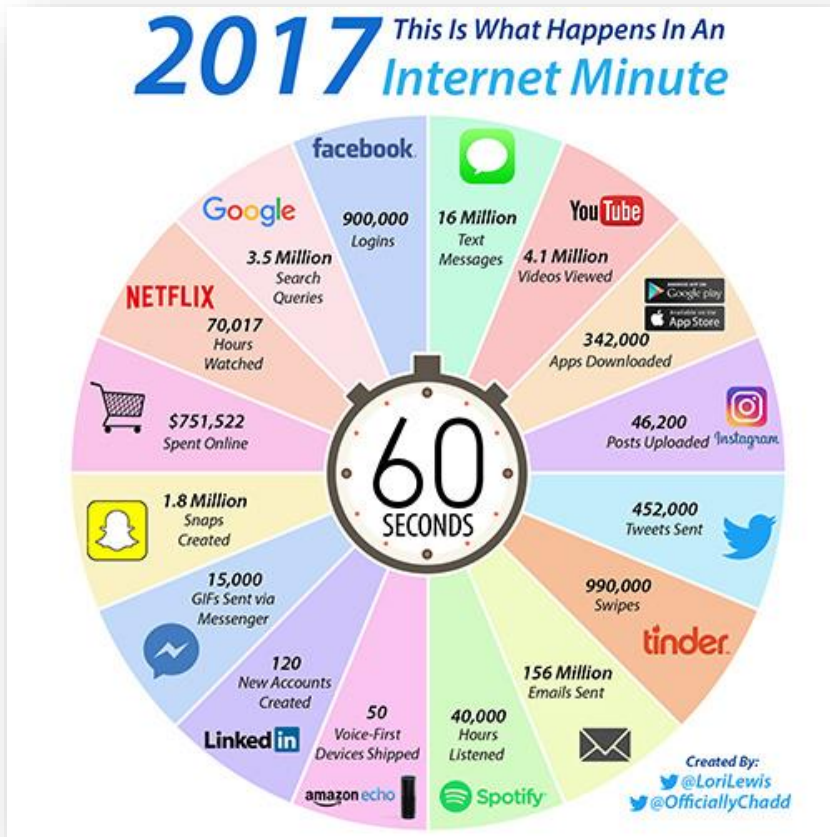
- Παραγωγή
- Εφαρμογές παραγώγων
- Παράγωγοι ανώτερης τάξης

- Ορισμένο ολοκλήρωμα συνεχών συναρτήσεων
- Αριθμητική ολοκλήρωση
- Αόριστο ολοκλήρωμα
- Τεχνικές ολοκλήρωσης και γενικευμένα ολοκληρώματα

- Ακολουθίες & Σειρές
- Υπερβατικές συναρτήσεις
- Διαφορικές εξισώσεις



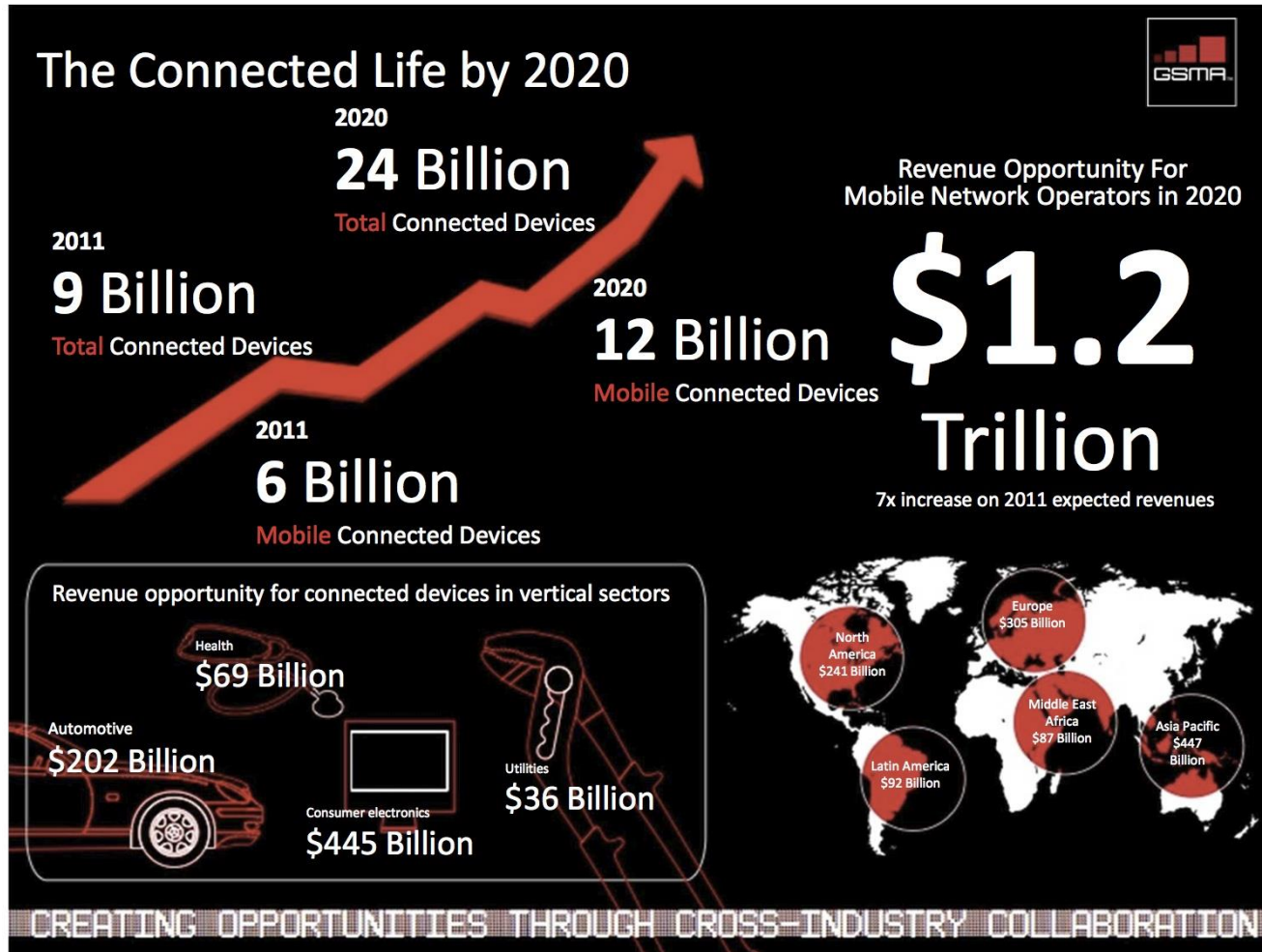
«Μεγάλα δεδομένα»

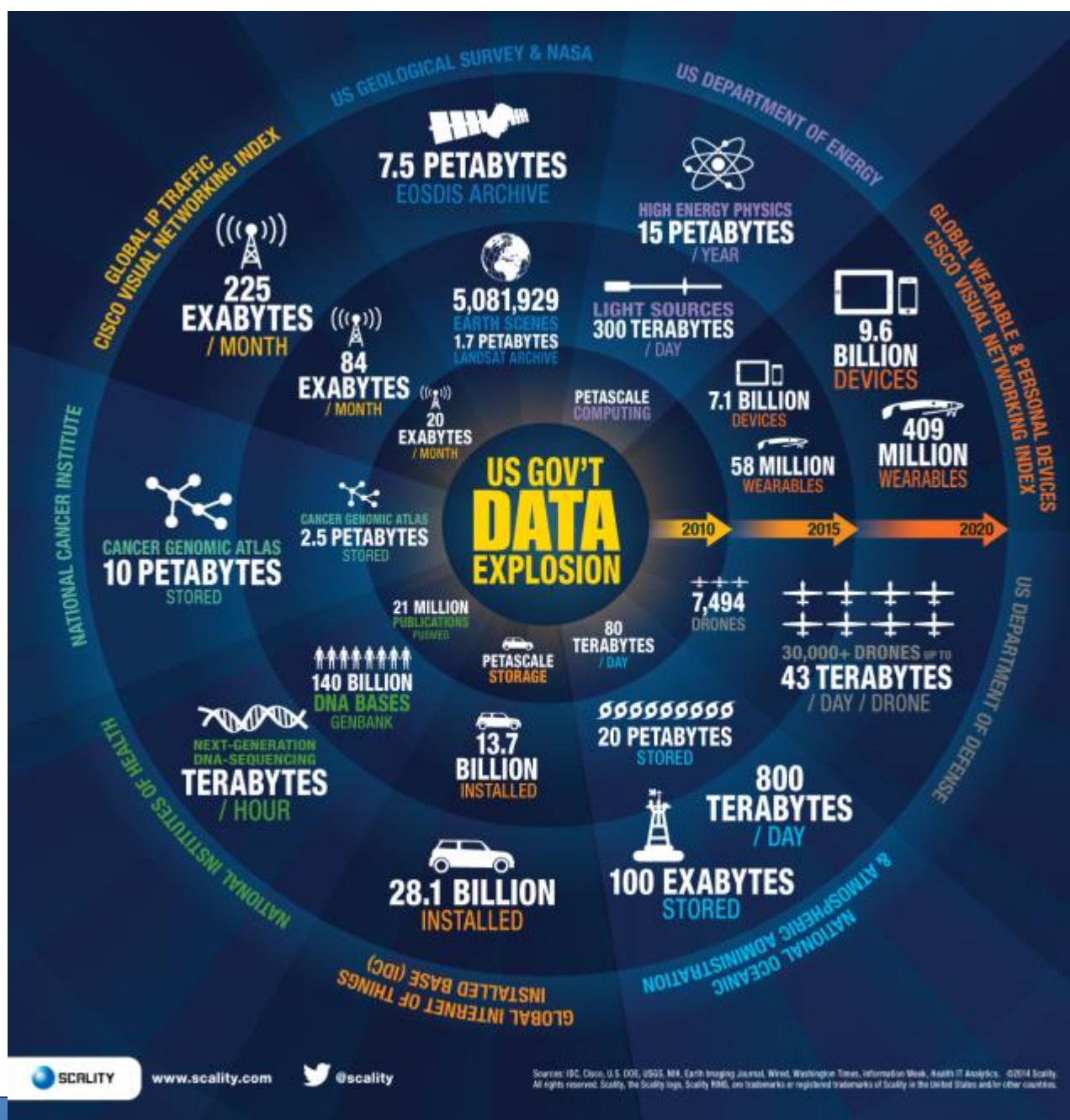


Έξυπνες πόλεις



«Μεγάλα Δεδομένα» και Internet-of-Things





www.scality.com

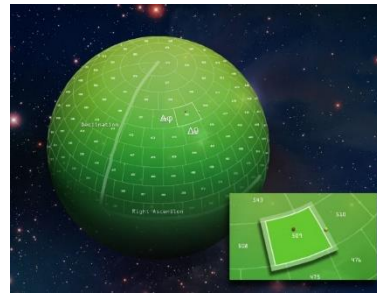
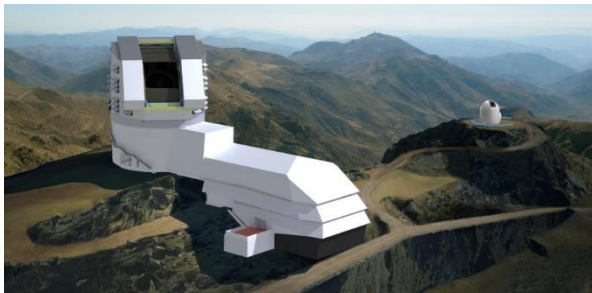


Sources: IDC, Cisco, U.S. DOE, USGS, MIT, Earth Imaging Journal, Wired, Washington Times, Information Week, Health IT Analytics. ©2014 Scality. All rights reserved. Scality, the Scality logo, Scality RIM, are trademarks or registered trademarks of Scality in the United States and/or other countries.

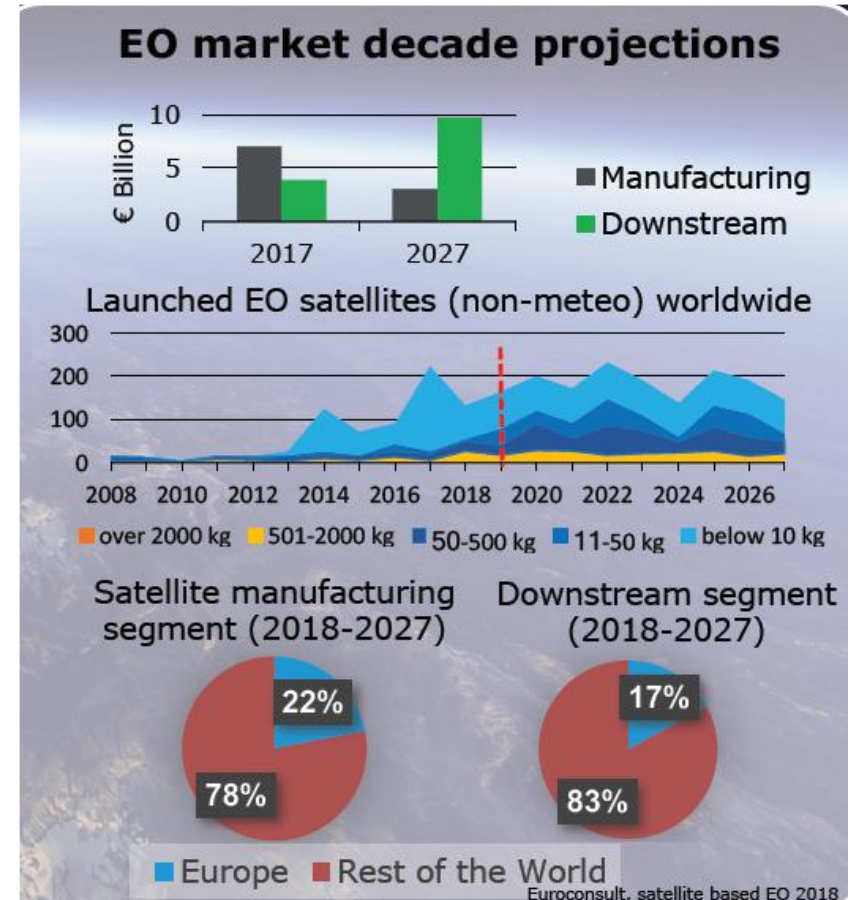


Μεγάλα δεδομένα στην αστροφυσική

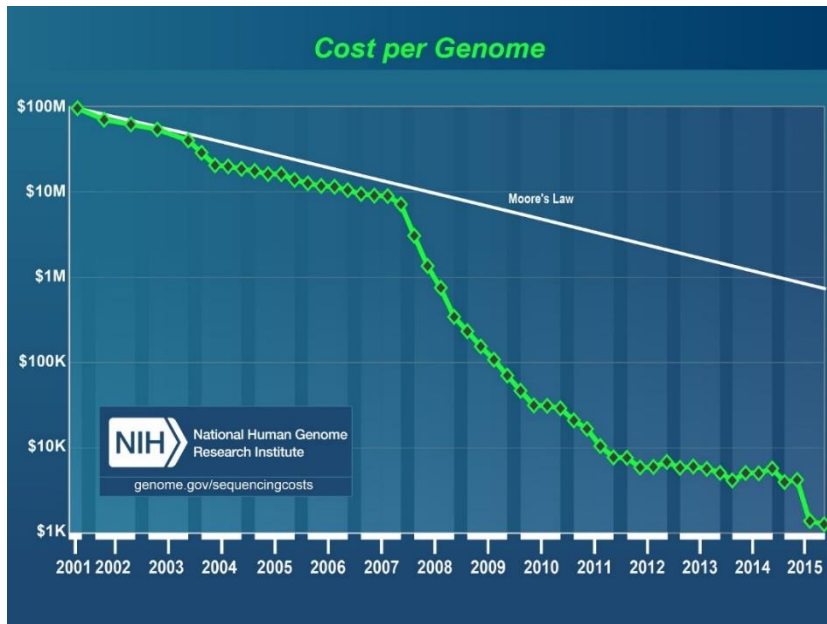
Sky Survey Project	Volume	Velocity	Variety
The Palomar Digital Sky Survey	3 PB		
Sloan Digital Sky Survey (SDSS)	50 TB	200 GB per day	Images, redshifts
Large Synoptic Survey Telescope (LSST)	~ 200 PB	10 TB per day	Images, catalogs
Square Kilometer Array (SKA)	~ 4.6 EB	150 TB per day	Images, redshifts



Μεγάλα δεδομένα για το κλίμα



«Μεγάλα Δεδομένα» και Γενετική



HUMAN GENOME, IN NUMBERS



6 billion DNA LETTERS

A T
C G
T A

22,000 GENES

46 CHROMOSOMES

\$9,500 COST TO SEQUENCE



500GB SIZE ON DISK

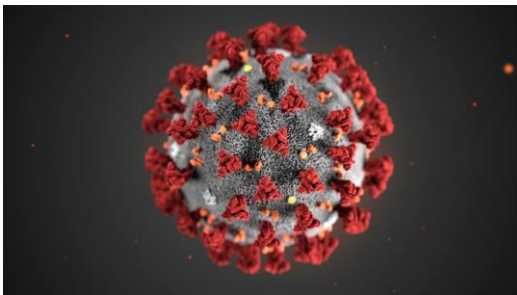
Sources: NIH, Illumina



Εξέλιξη της Τεχνητής Νοημοσύνης

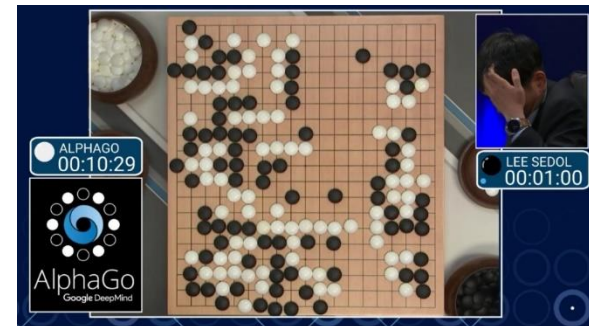
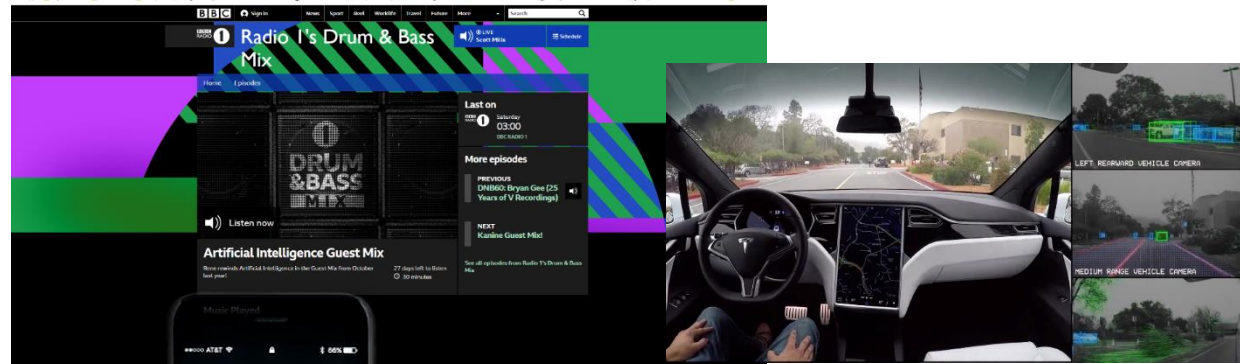


Artificial intelligence-created medicine to be used on humans for first time, BBC news, 30/1/2020



Coronavirus: Can AI Make A Difference? Forbes, 2/2/2020

<https://www.bbc.co.uk/sounds/play/m000dsc4>



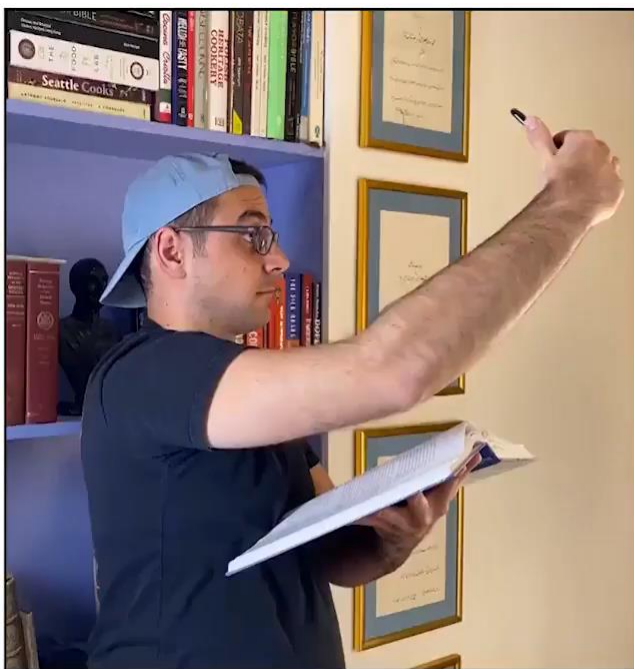
THE PERSON IN THE DRIVER'S SEAT
IS ONLY THERE FOR LEGAL REASONS

HE IS NOT DOING ANYTHING.
THE CAR IS DRIVING ITSELF.

<https://youtu.be/VG68SKoG7vE>







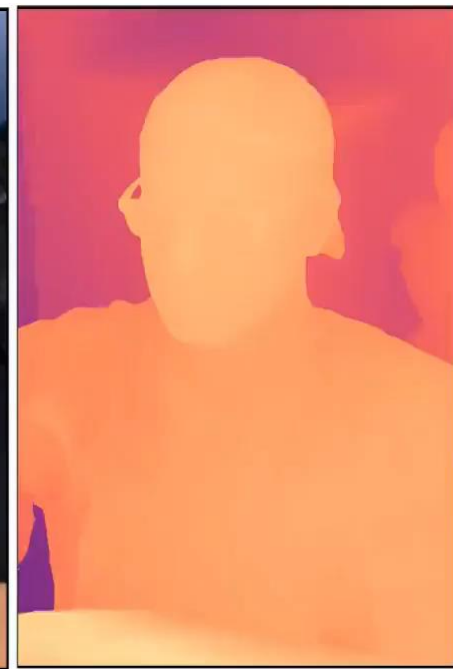
(a) Capture Process



(b) Input



(c) Nerfie



(d) Nerfie Depth

Attributes

Gender: 0 1

Glasses: 0 1

Yaw: -40 40

Pitch: 20 20

Bald: 0 1

Beard: 0 1

Age: 0 100

Expression: 0 1

Lighting

Left->Right: 0 1

Right->Left: 0 1

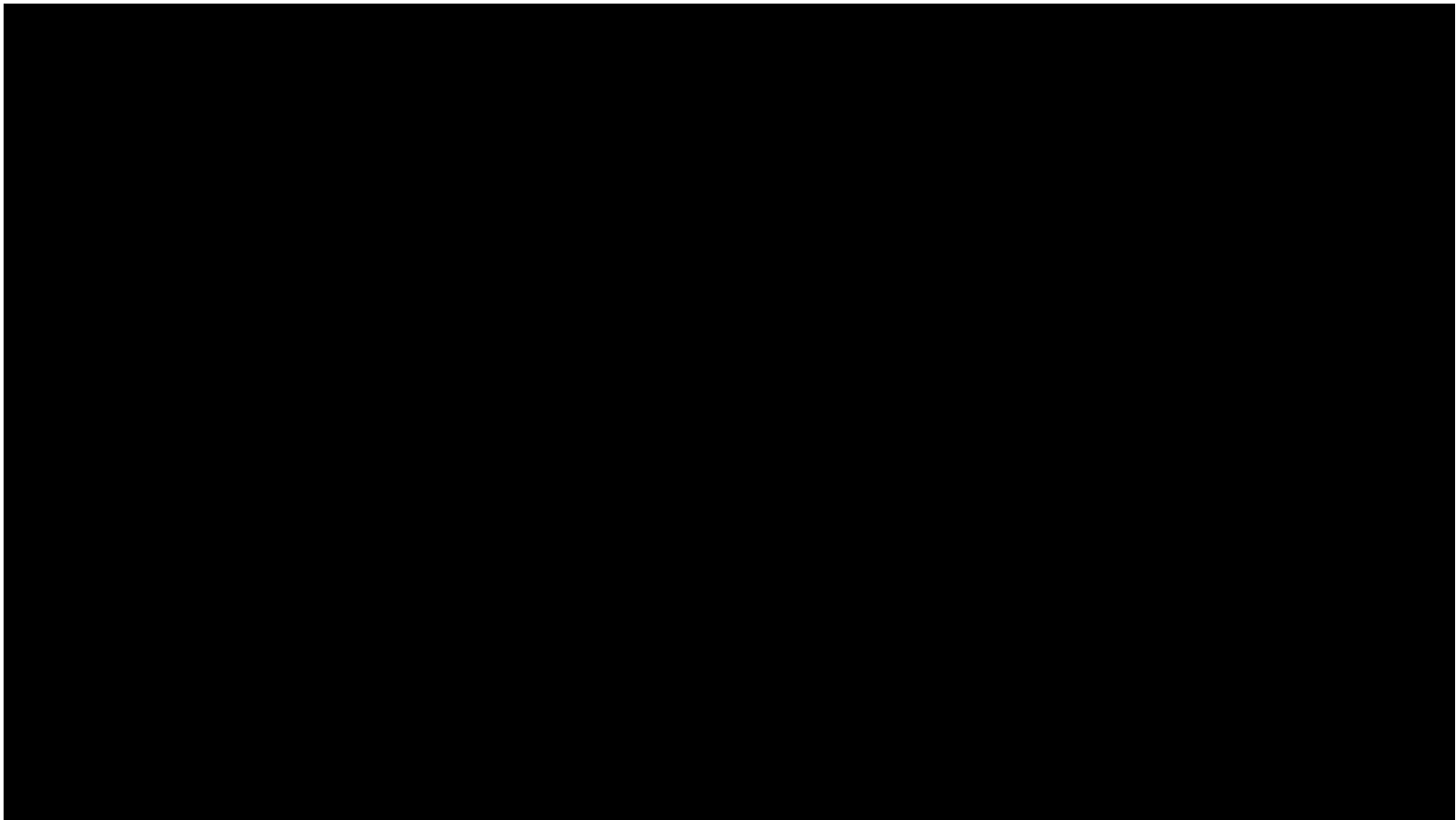
Down->Up: 0 1

Up->Down: 0 1

No light: 0 1

Front light: 0 1

Source: [Abdal et al. 2020]

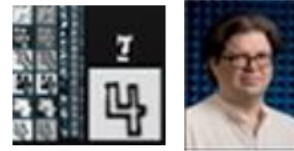


Brief history of Machine Learning



1958 Perceptron

1974 Backpropagation



Convolution Neural Networks for Handwritten Recognition

1998



Google Brain Project on 16k Cores

2012



awkward silence (AI Winter)

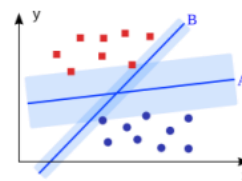
1969

Perceptron criticized



1995

SVM reigns



2006

Restricted Boltzmann Machine



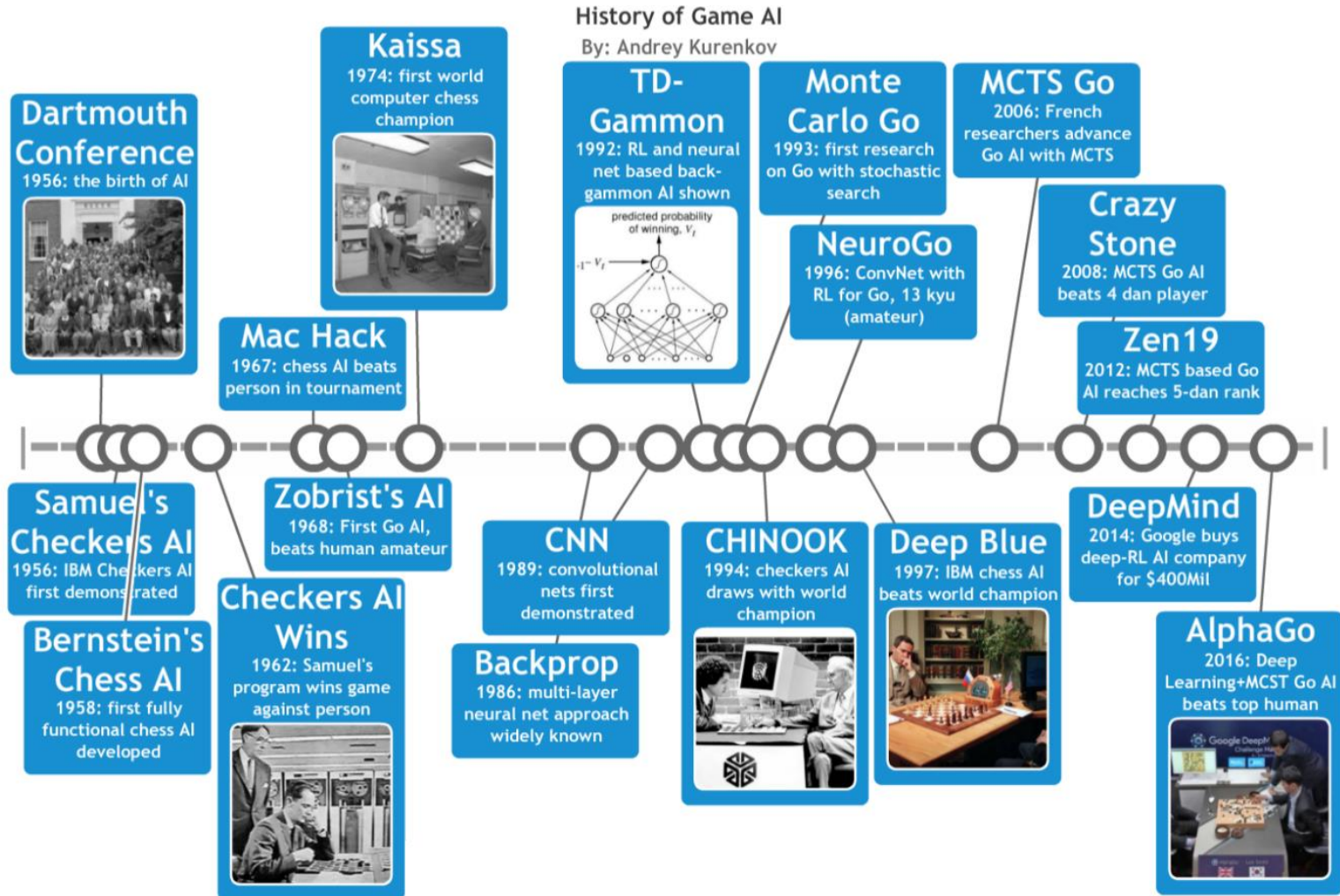
2012

AlexNet wins ImageNet

IMAGENET



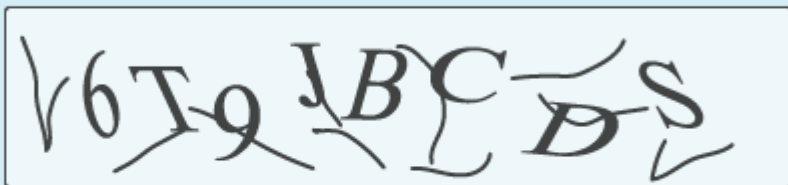
Εφαρμογές στα παιχνίδια



Match the characters in the picture

Help

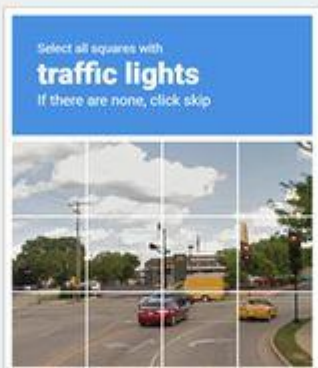
To continue, type the characters you see in the picture. [Why?](#)



Charac
North

Type the two

The
By



I'm not a robot



reCAPTCHA
Privacy - Terms



2023



D Make a song about a programmer and someone who isn't a programmer.

Here is a sample song about a programmer and someone who isn't a programmer:

Verse 1:

Programmer, programmer, sitting at the screen
Typing code all day, living in a dream
Creating apps and websites, making them just right
A master of technology, always up to date

Chorus:

Programmer, programmer, so smart and so bright
Always coding away, day and night

Verse 2:

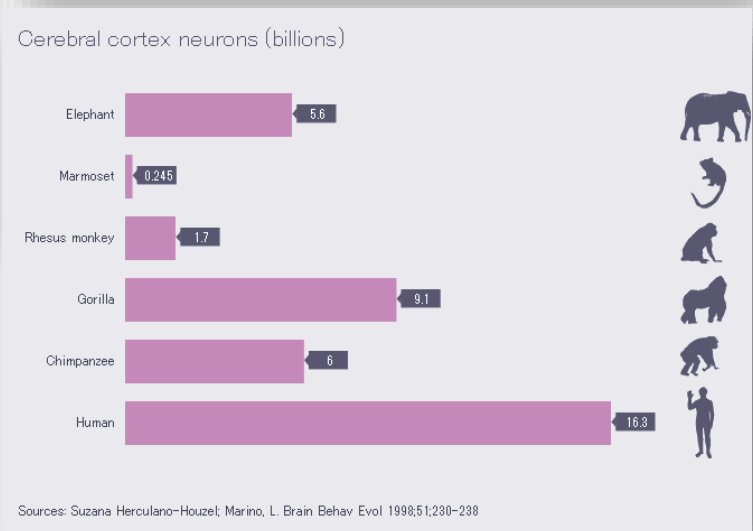
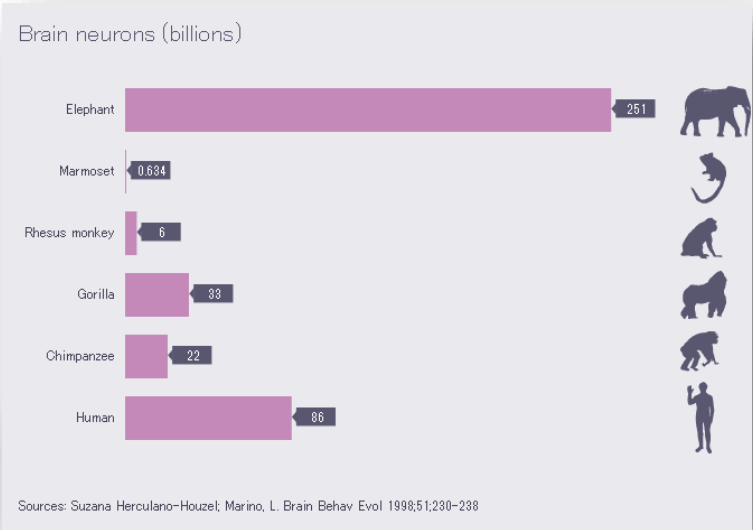
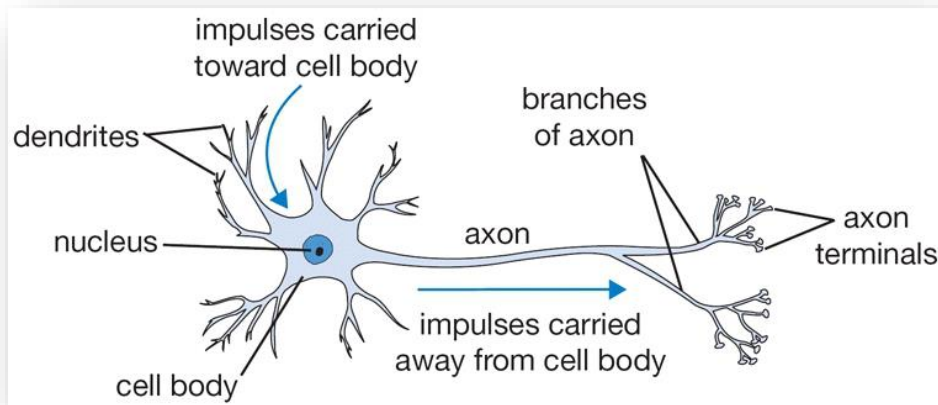
Non-programmer, non-programmer, not a clue
About the world of code, what it can do



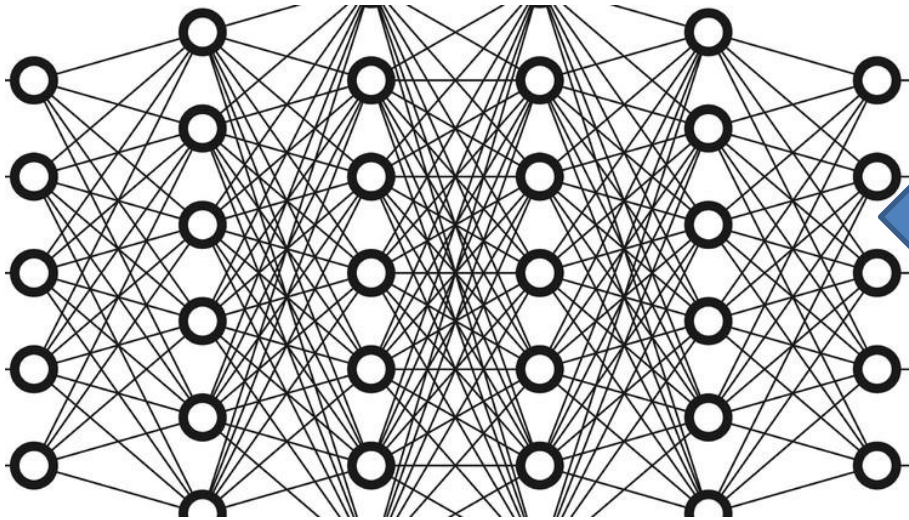
“An astronaut riding a horse in a photorealistic style”

Εγκέφαλος και Νευρωνικά δίκτυα

- 86 Δις νευρώνες
- 10^{14} - 10^{15} συνάψεις

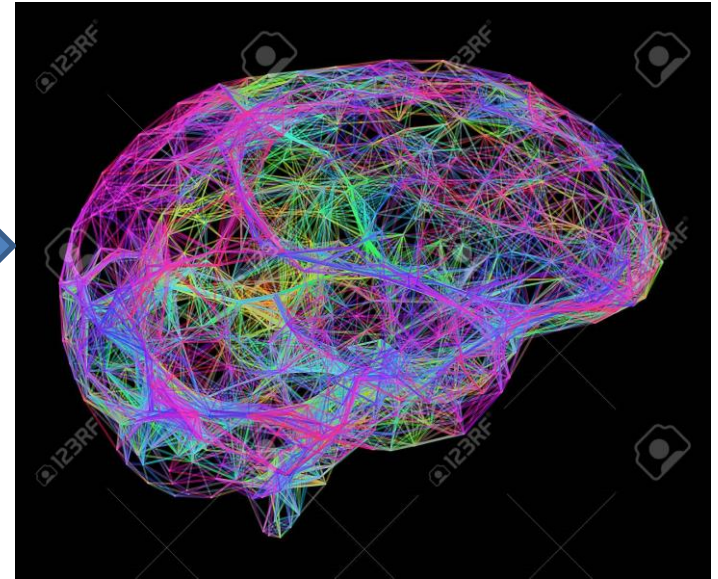


(Τεχνητά) Νευρωνικά Δίκτυα



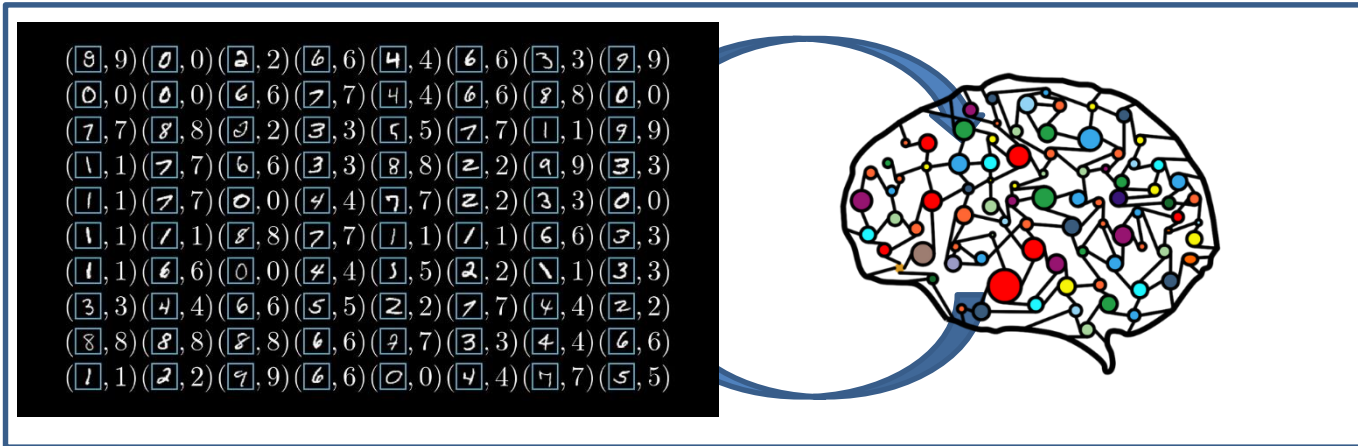
Gradient descent algorithm

repeat until convergence {
 $\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta_0, \theta_1)$
 (for $j = 1$ and $j = 0$)
}

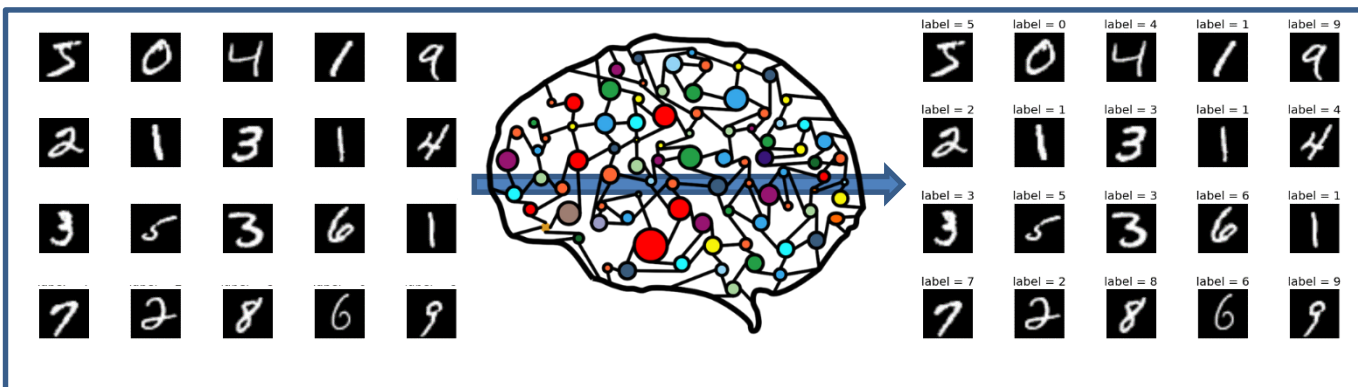


Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Training



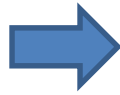
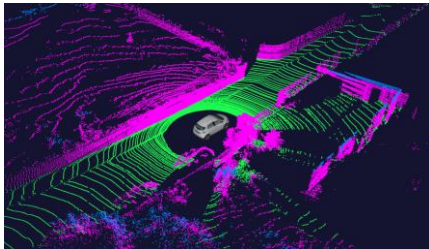
Inference (Test)



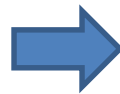
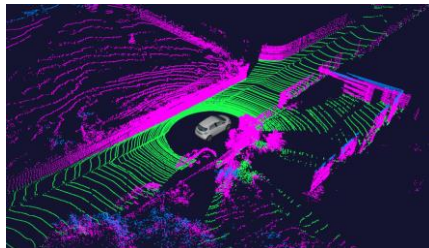
Μοντελοποίηση



Μοντελοποίηση



Μοντελοποίηση

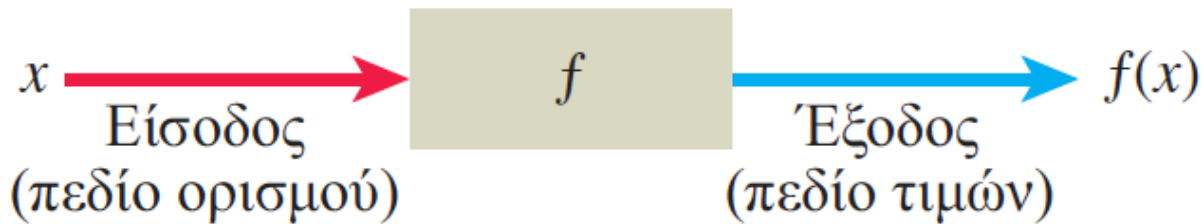


Είσοδος: x

Έξοδος: $f(x) = [-1,0,1]$

Συναρτήσεις

- Συνάρτηση $y = f(x)$
 - x : ανεξάρτητη μεταβλητή
 - y : εξαρτημένη μεταβλητή

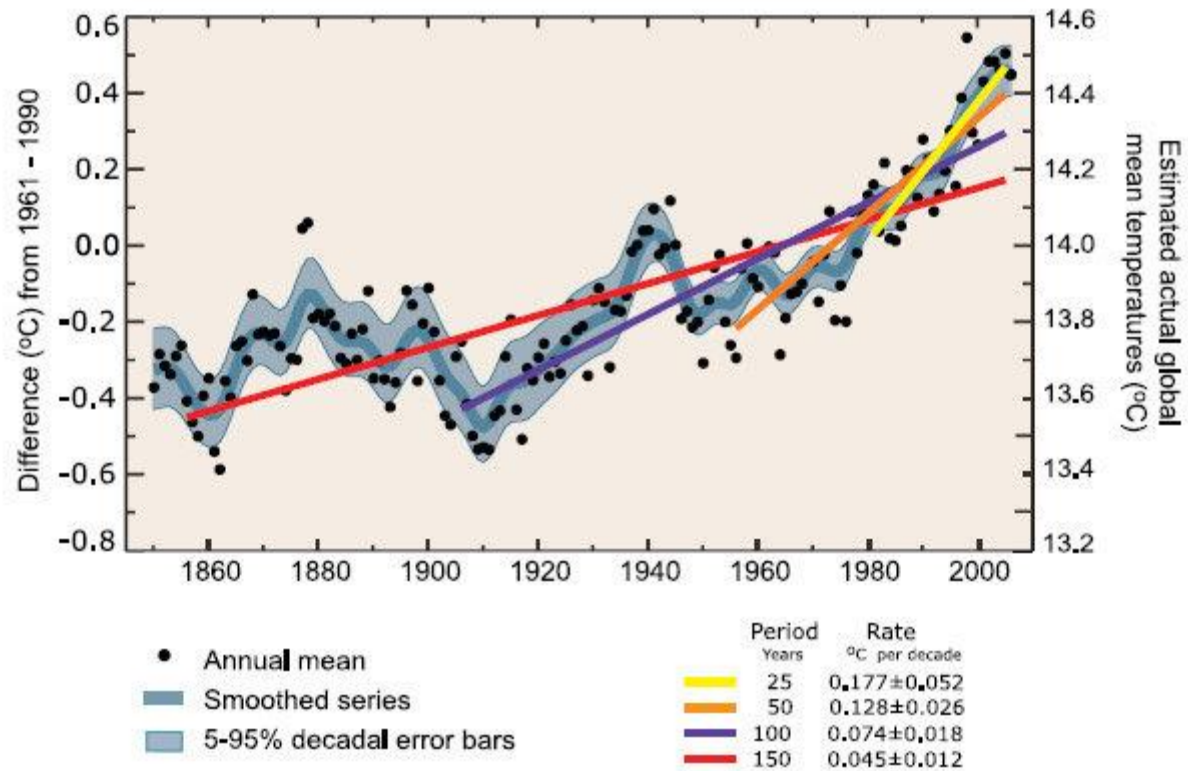
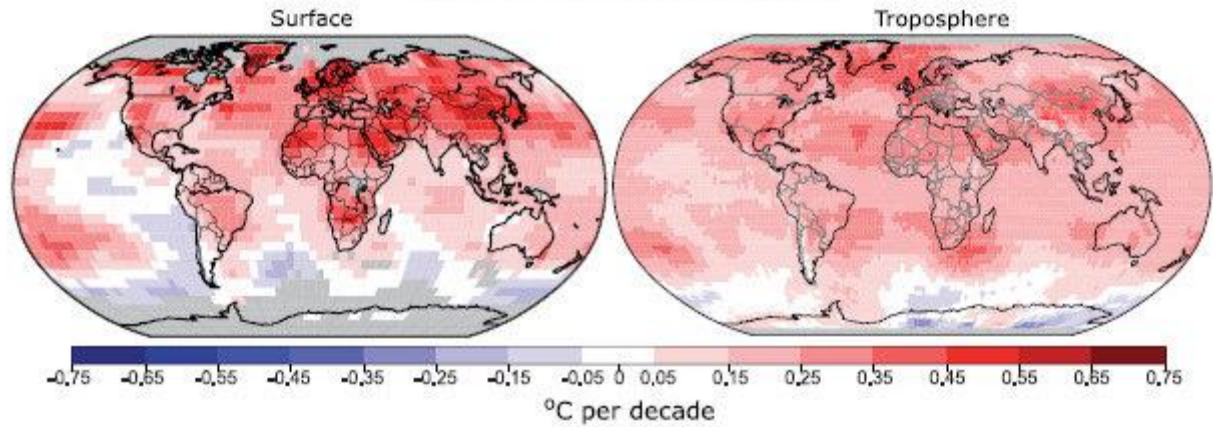


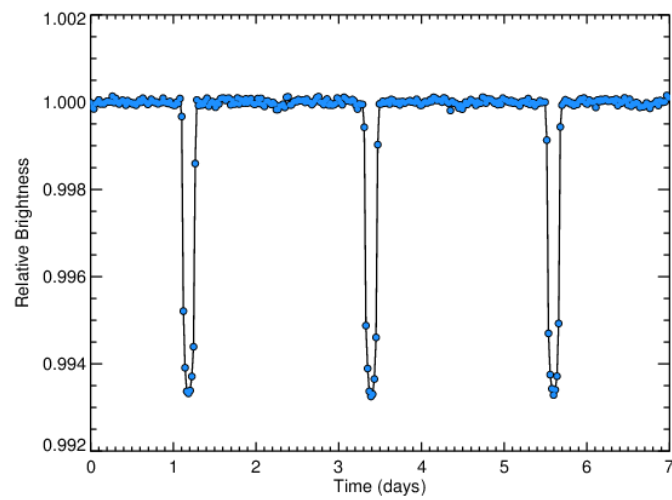
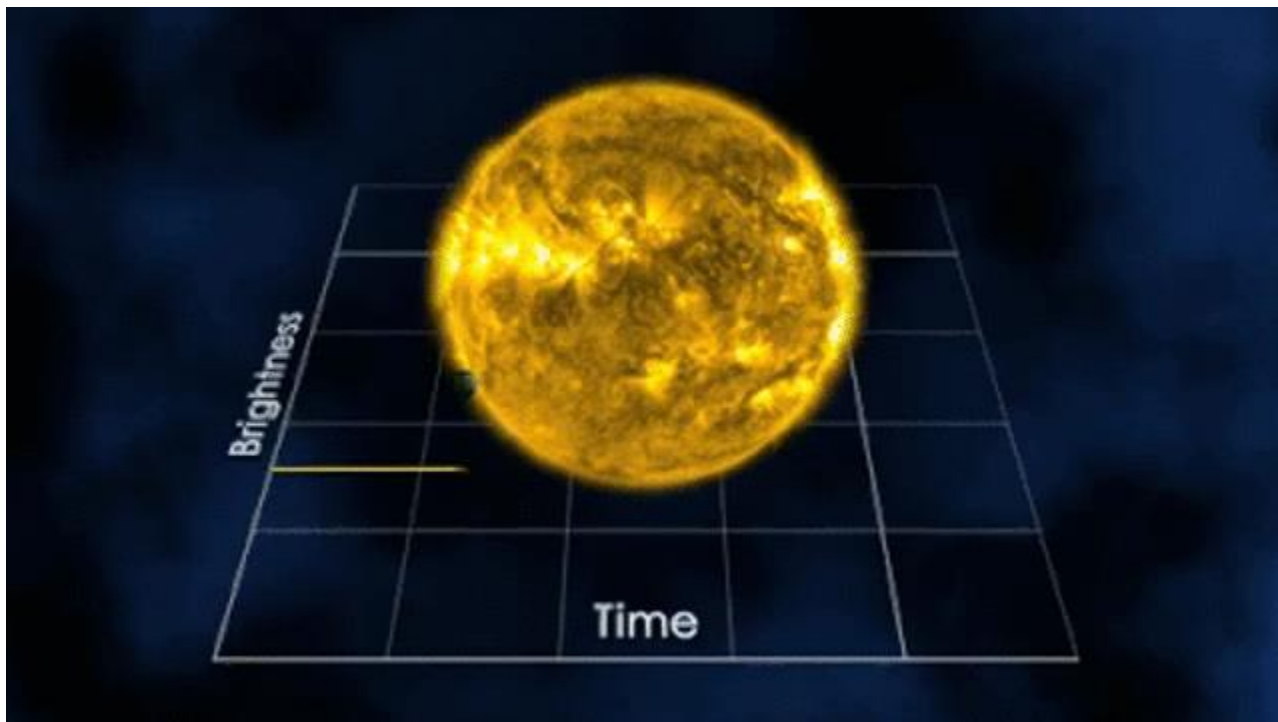
Gottfried
Wilhelm Leibniz
1646-1716



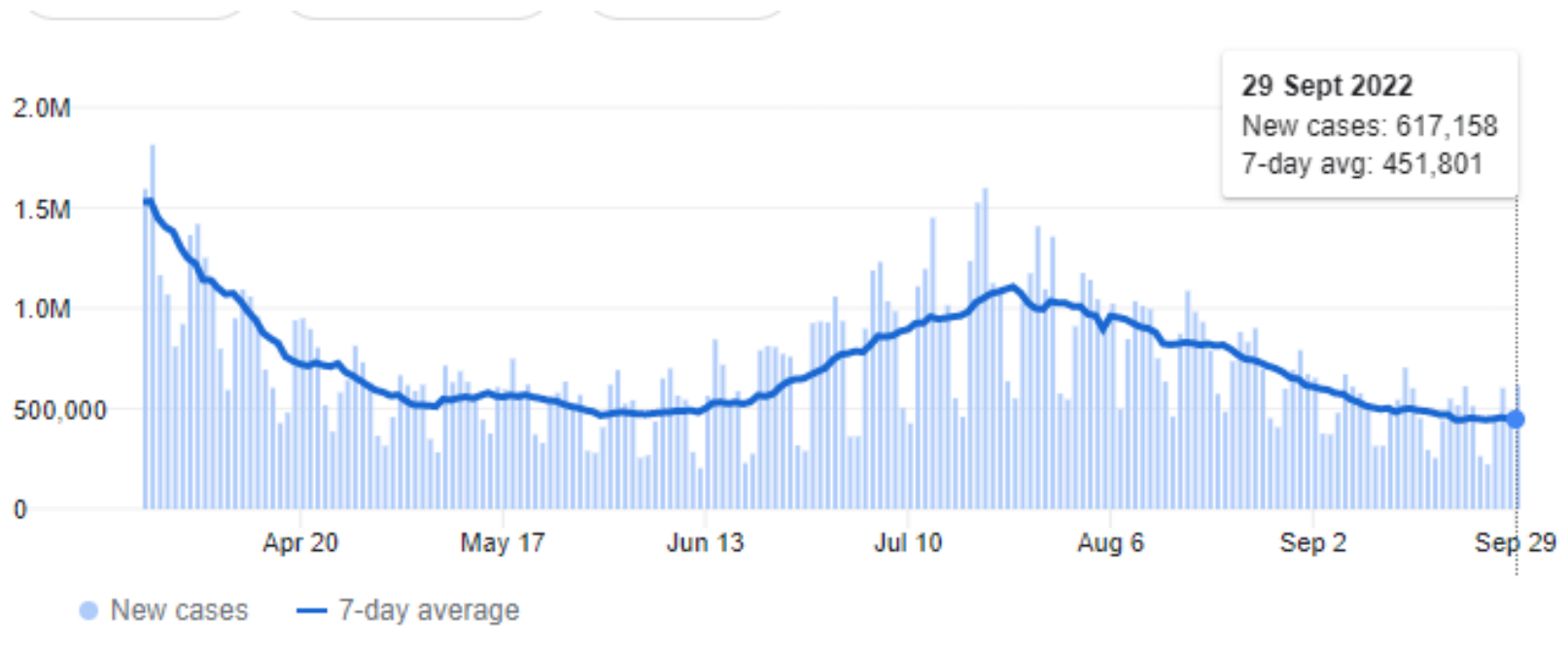
Leonhard Euler
1707-1783

GLOBAL TEMPERATURE TRENDS



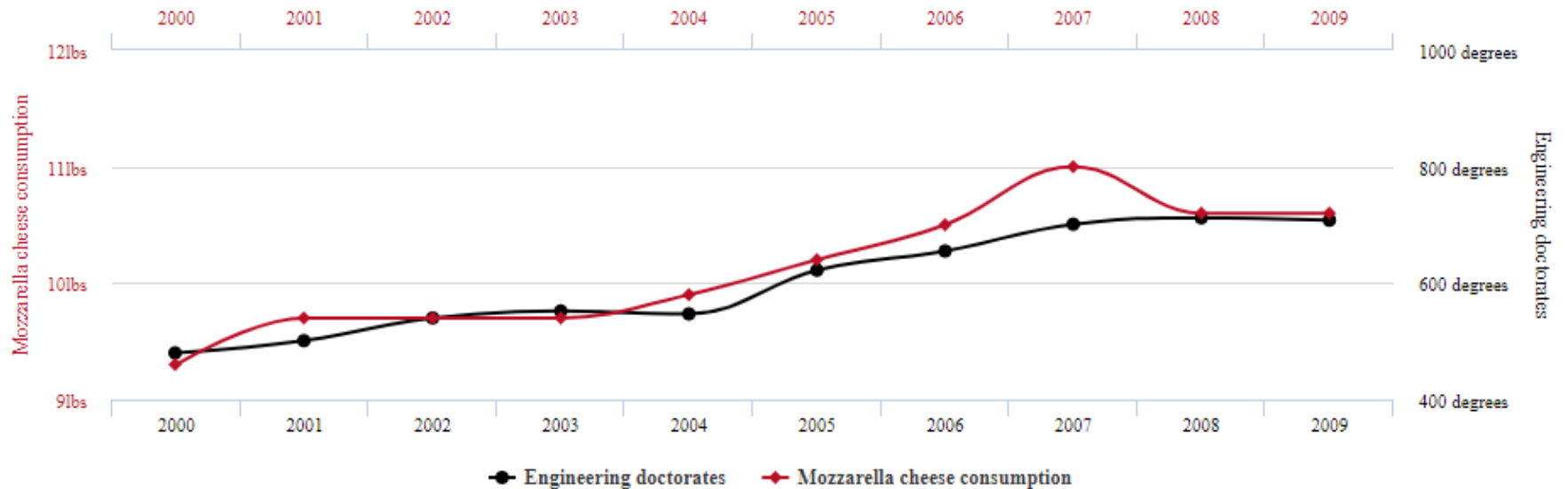


COVID cases, global, past 3 month



Per capita consumption of mozzarella cheese correlates with Civil engineering doctorates awarded

Correlation: 95.86% ($r=0.958648$)

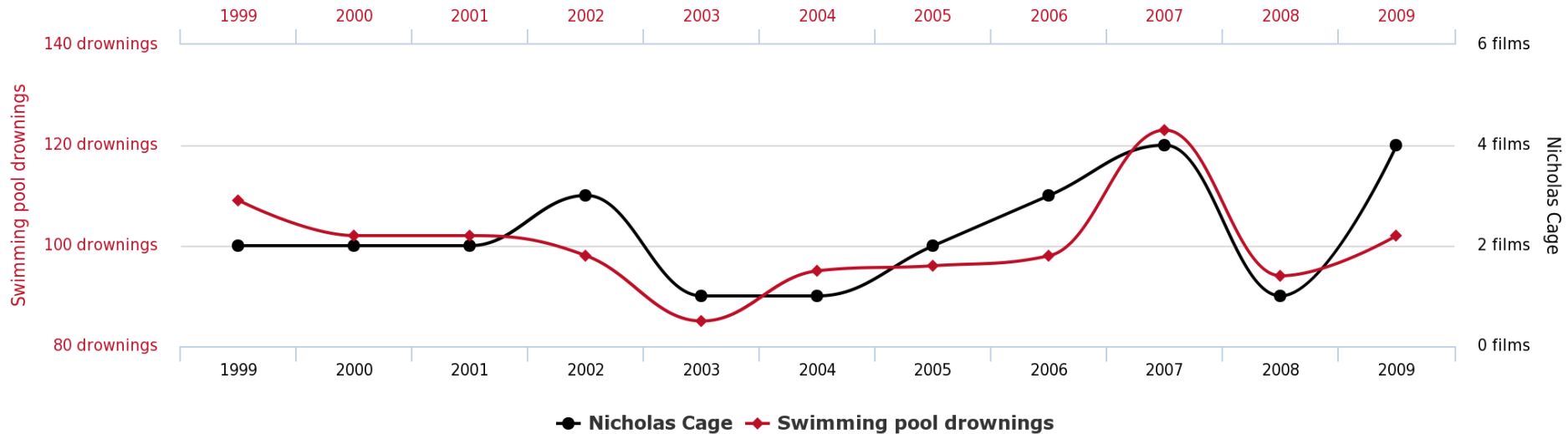


tylervigen.com

<https://www.tylervigen.com/spurious-correlations>



Number of people who drowned by falling into a pool correlates with Films Nicolas Cage appeared in

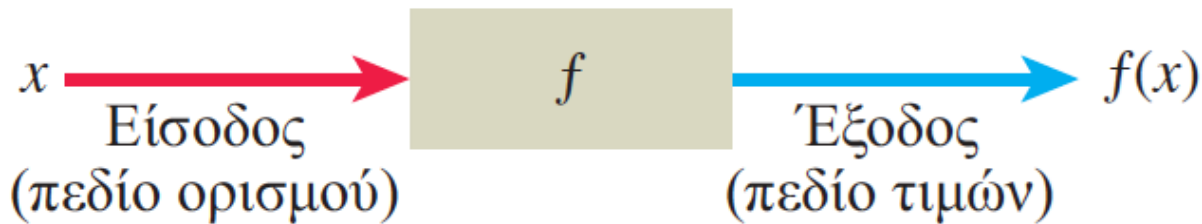


tylervigen.com



Συναρτήσεις

- Συνάρτηση $y = f(x)$
 - x : ανεξάρτητη μεταβλητή
 - y : εξαρτημένη μεταβλητή



Gottfried
Wilhelm Leibniz
1646-1716



Leonhard Euler
1707-1783

Συναρτήσεις

- Συνάρτηση $y = f(x)$
 - x : ανεξάρτητη μεταβλητή
 - y : εξαρτημένη μεταβλητή

- Εναλλακτικά
 - $z = g(t)$
 - $\{(x, f(x)) : x \in \mathbb{R}\}$
 - $f: x \rightarrow y$



Gottfried
Wilhelm Leibniz
1646-1716

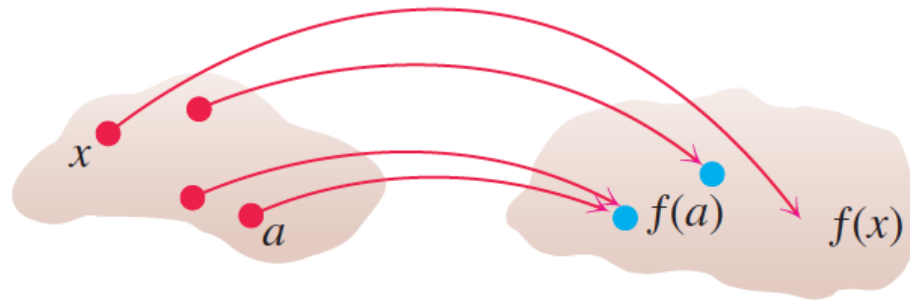


Leonhard Euler
1707-1783



Συναρτήσεις

Μια συνάρτηση f από το πεδίο ορισμού D στο πεδίο τιμών Y είναι ένας κανόνας που αναθέτει μια **μοναδική** τιμή $f(x) \in Y$ για κάθε $x \in D$



$D =$ πεδίο ορισμού

$Y =$ σύνολο που περιέχει
το πεδίο τιμών

Πεδία ορισμού και πεδία τιμών

- Να βρεθούν τα πεδία ορισμού και τιμών των

- $f(x) = 1 + x^2$

- $f(t) = \frac{4}{3-t}$

- $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$



Πεδία ορισμού και πεδία τιμών

- Να βρεθούν τα πεδία ορισμού και τιμών των

$$- f(x) = 1 + x^2 \quad (-\infty, \infty) \rightarrow [1, \infty)$$

$$- f(t) = \frac{4}{3-t}$$

$$- g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$$



Πεδία ορισμού και πεδία τιμών

- Να βρεθούν τα πεδία ορισμού και τιμών των
 - $f(x) = 1 + x^2$ $(-\infty, \infty) \rightarrow [1, \infty)$
 - $f(t) = \frac{4}{3-t}$ $(-\infty, 3) \cup (3, \infty) \rightarrow (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
 - $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$



Πεδία ορισμού και πεδία τιμών

- Να βρεθούν τα πεδία ορισμού και τιμών των

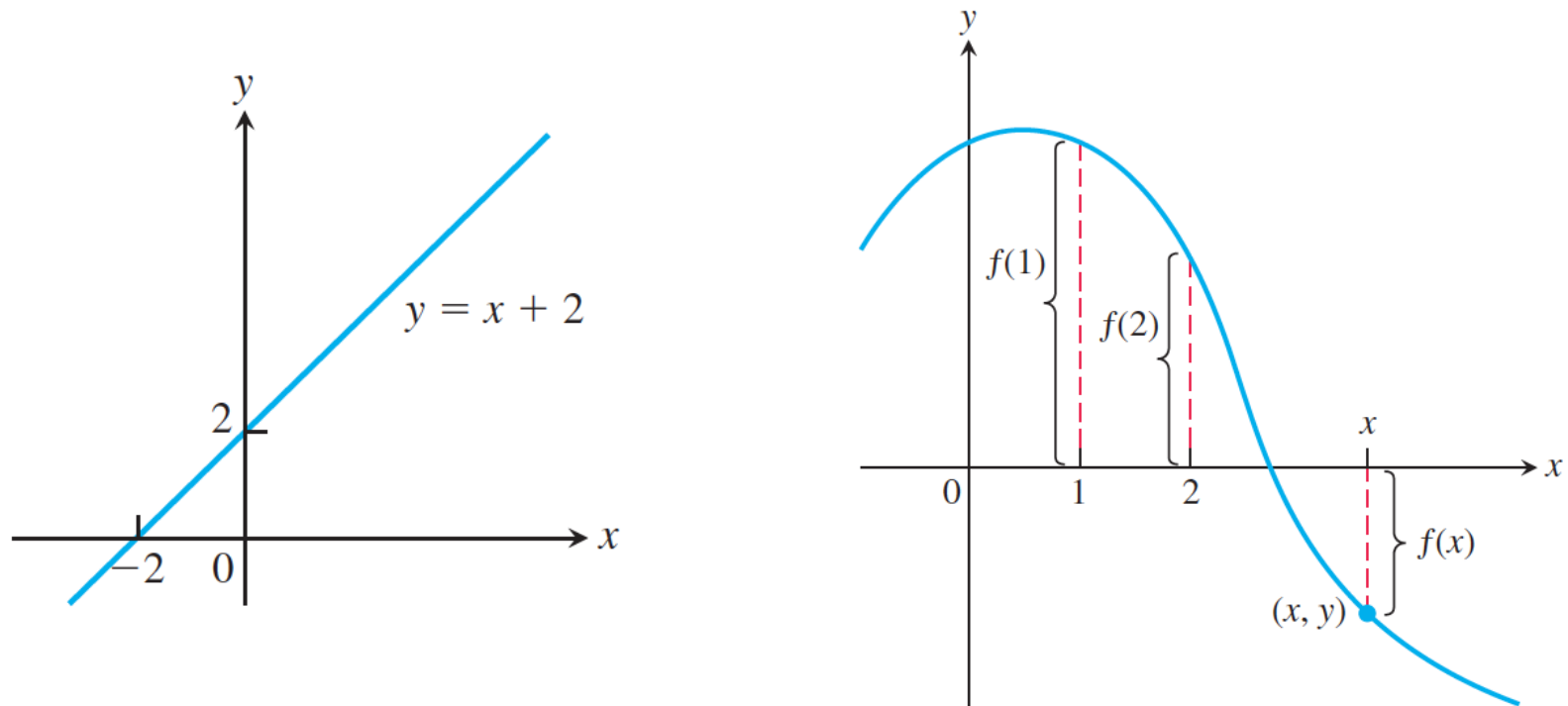
$$- f(x) = 1 + x^2 \quad (-\infty, \infty) \rightarrow [1, \infty)$$

$$- f(t) = \frac{4}{3-t} \quad (-\infty, 3) \cup (3, \infty) \rightarrow (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

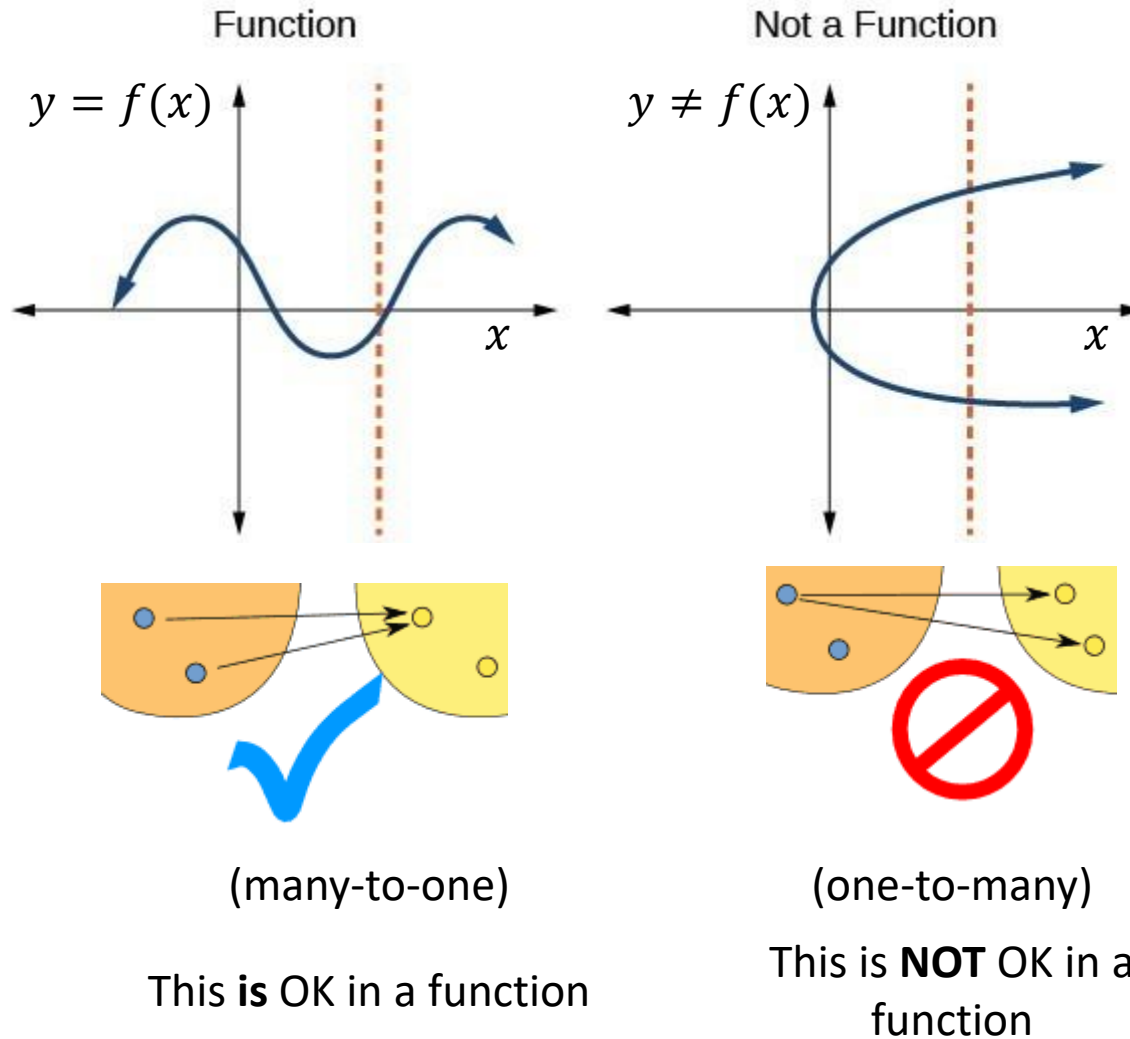
$$- g(x) = \sqrt{x^2 - 3x} \quad (-\infty, 0] \cup [3, \infty) \rightarrow [0, \infty)$$



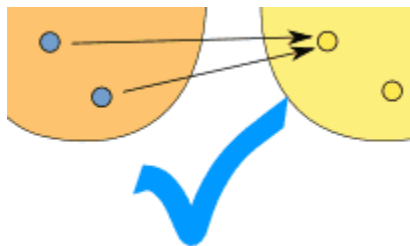
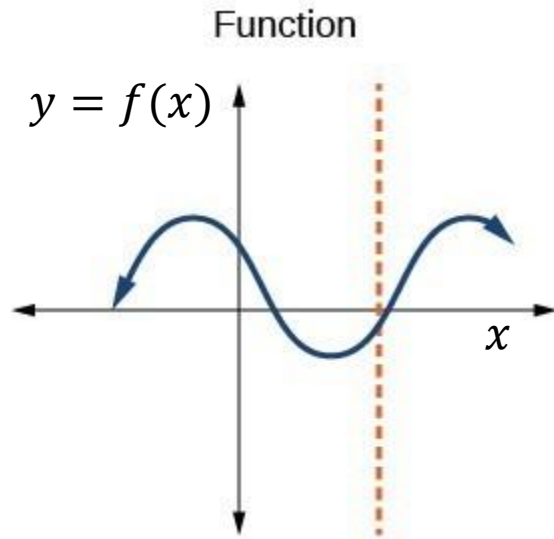
Γραφικές Παραστάσεις Συναρτήσεων



Γραφικές Παραστάσεις Συναρτήσεων

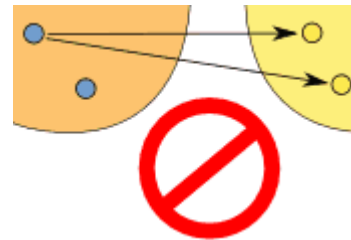
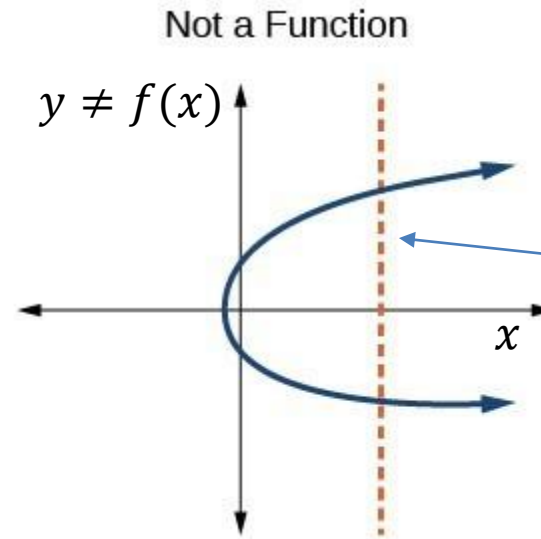


Γραφικές Παραστάσεις Συναρτήσεων



(many-to-one)

This **is** OK in a function



(one-to-many)

This is **NOT** OK in a function

Κριτήριο
κατακόρυφης
ευθείας

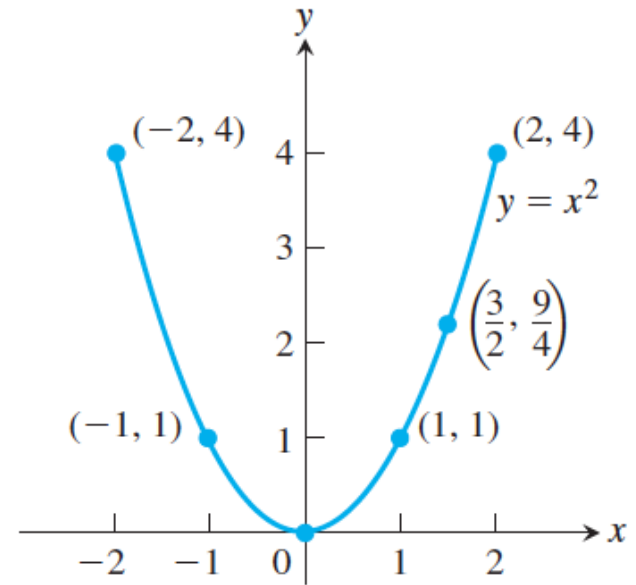
Γραφικές Παραστάσεις

- Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = x^2$ στο διάστημα $[-2,2]$
- Να παρασταθούν οι συναρτήσεις και εξηγήστε αν είναι γραφικές παραστάσεις του x
 - $|y| = x$
 - $y^2 = x^2$



Σχεδιασμός γραφικών παραστάσεων

-2	4
-1	1
0	0
1	1
$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$
2	4

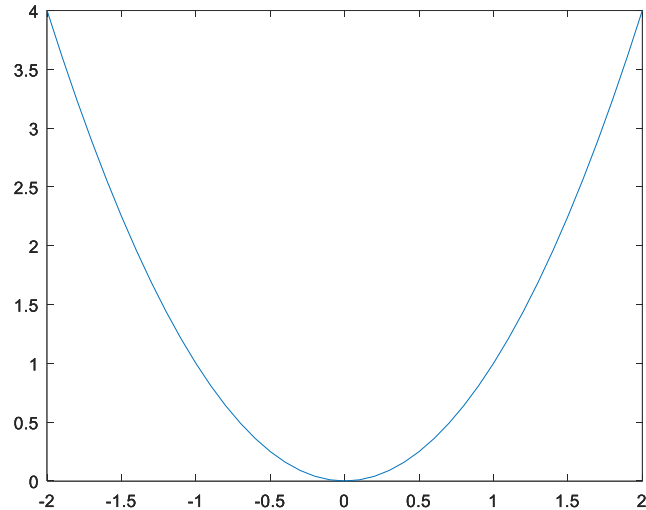


Προσέγγιση γραφική παράστασης

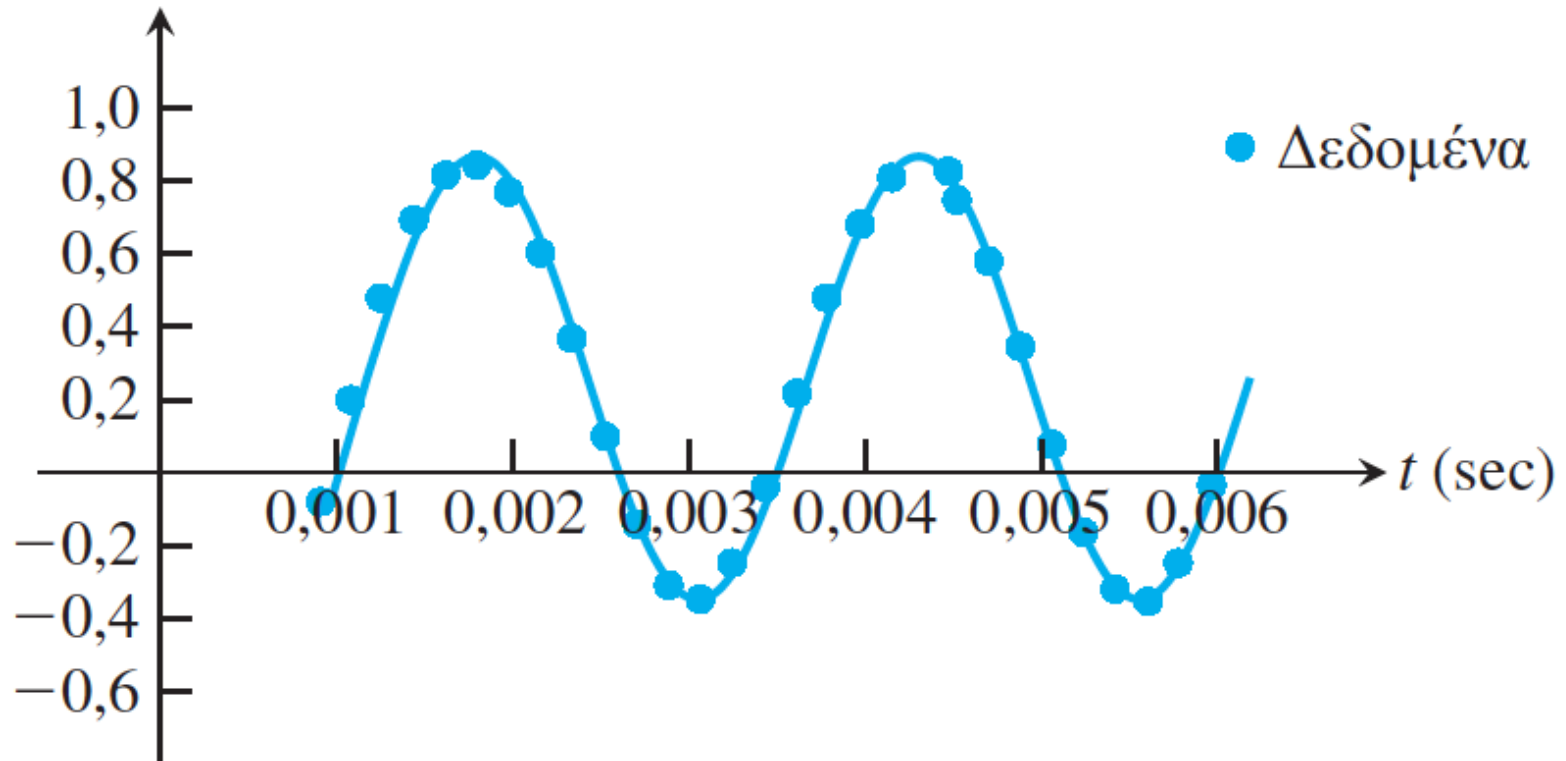
#x: 5

#x: 9

#x: 41



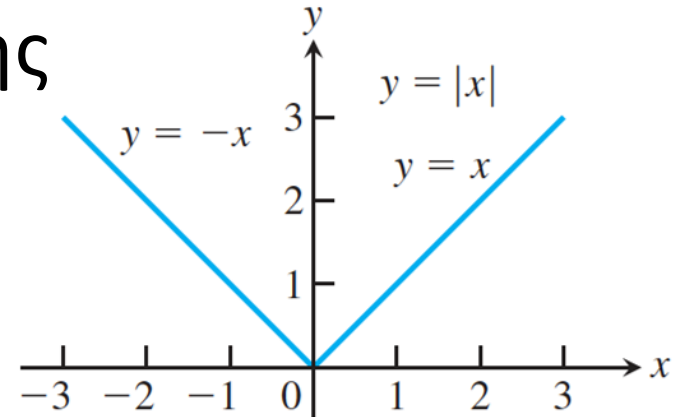
Διάγραμμα συνδιασποράς



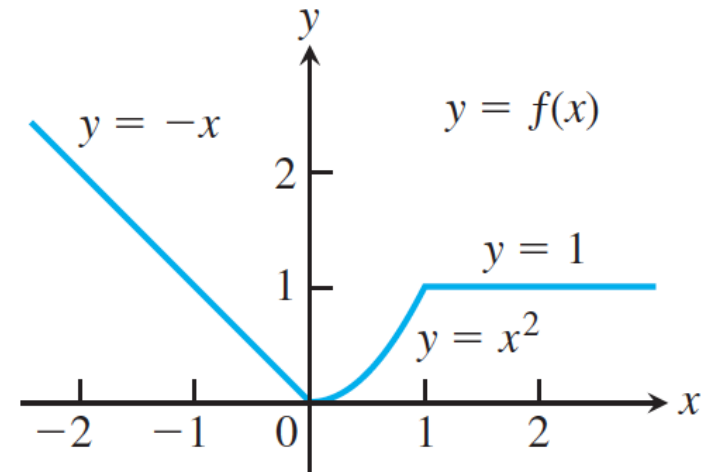
Τμηματικές συναρτήσεις

- Η συνάρτηση απόλυτης τιμής

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

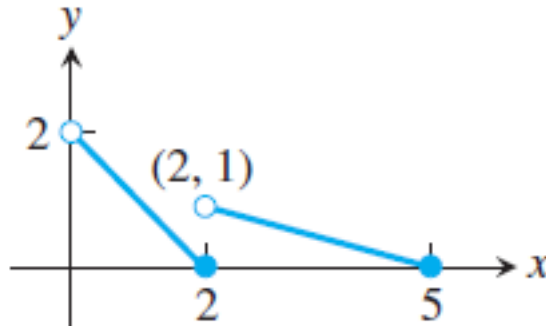
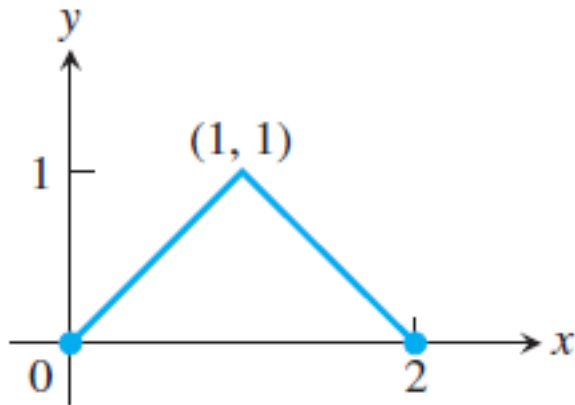


$$f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$



Τμηματικές συναρτήσεις

- Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης για τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις

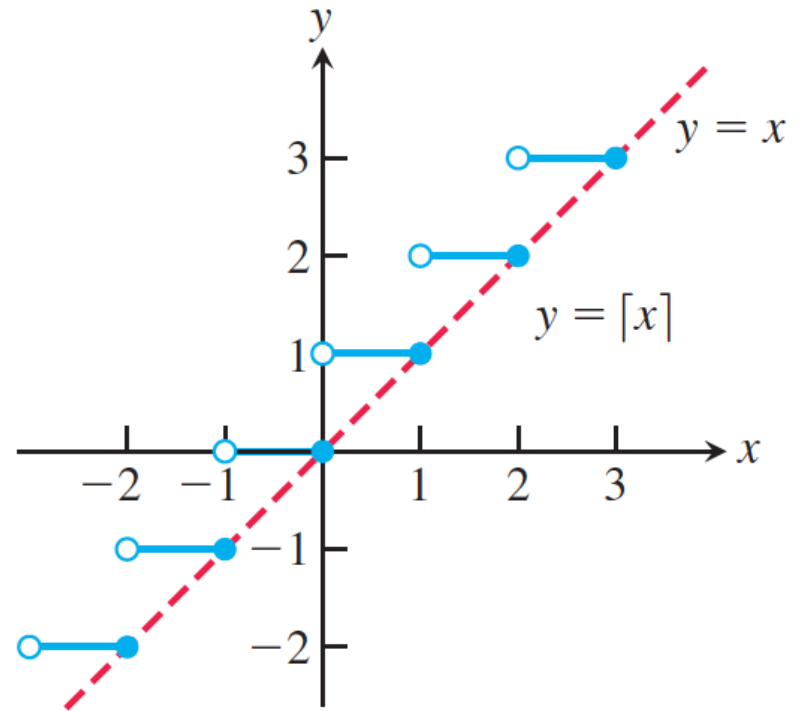
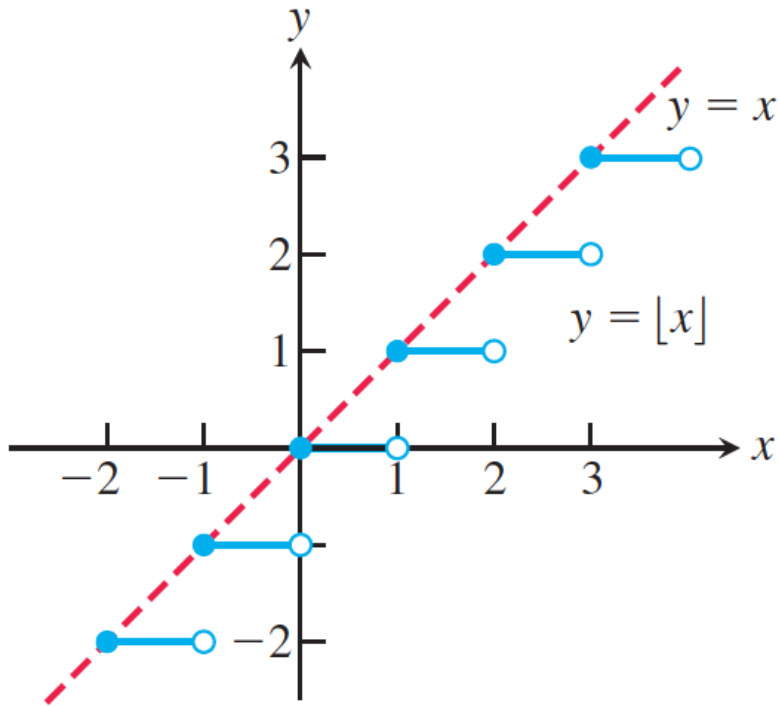


Συναρτήσεις μέγιστου/ελάχιστου ακεραίου

- Συνάρτηση μέγιστου ακεραίου: μέγιστος ακέραιος μικρότερος ή ίσος του x
 $[2.5] = 2, [0] = 0, [-1.5] = -2$
- Συνάρτηση ελάχιστου ακεραίου: ελάχιστος ακέραιος μεγαλύτερος ή ίσος του x
 $[2.5] = 3, [0] = 0, [-1.5] = -1$



Συναρτήσεις μέγιστου/ελάχιστου ακεραίου



Αύξουσες και Φθίνουσες συναρτήσεις

Έστω η συνάρτηση $f(x)$ ορισμένη σε ένα διάστημα I και $x_1, x_2 \in I$

- Αν $f(x_2) > f(x_1)$ για κάθε $(\forall) x_2 > x_1$, τότε η $f(x)$ ονομάζεται αύξουσα στο I
- Αν $f(x_2) < f(x_1)$ για κάθε $(\forall) x_2 > x_1$, τότε η $f(x)$ ονομάζεται φθίνουσα στο I

Το I μπορεί να είναι πεπερασμένο (φραγμένο) ή άπειρο (μη φραγμένο)



Αύξουσες και Φθίνουσες συναρτήσεις

Σε ποια διαστήματα είναι αύξουσες/φθίνουσες οι παρακάτω συναρτήσεις

- $y = -\frac{1}{x}$
- $y = \frac{1}{|x|}$

