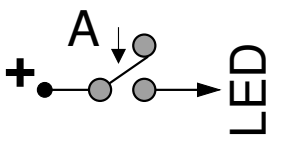
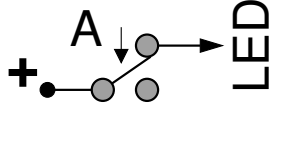
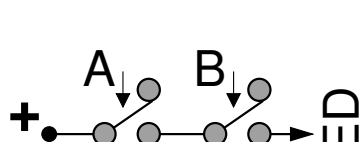
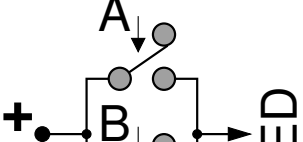


Πίνακες Αληθείας, Σύνθετες  
Λογικές Συναρτήσεις, Αποκλειστικό-Ή,  
Ισοτιμία και Κώδικες Ανίχνευσης Σφαλμάτων

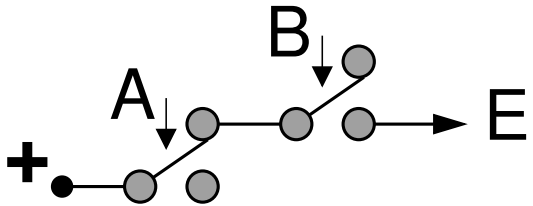
*01α (§ 1.1 - 1.4) – 23-25 Σεπ. 2020 – Μανόλης Κατεβαίνης*

# Πίνακες Αληθείας για λογικές συναρτ. 2 Μεταβλητών

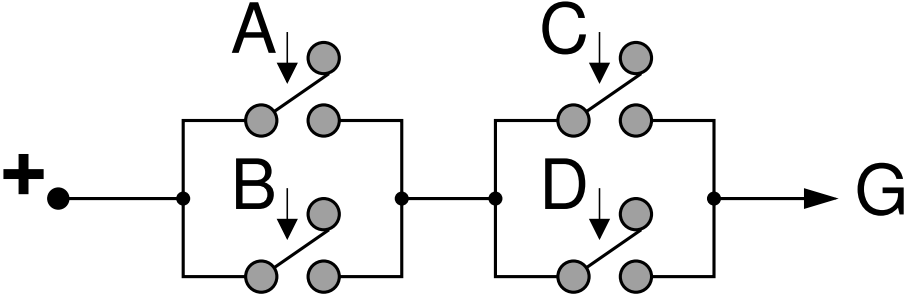
Διακοπτής <b>A</b>	Διακοπτής <b>B</b>	 <b>IDENTITY</b> (ταυτοτητα)	 <b>NOT</b> (οχι)	 <b>AND</b> (και)	 <b>OR</b> (ή)
OFF (ελευθερος)	OFF	OFF (σβηστη)	ON (αναμενη)	OFF	OFF
	ON			OFF	ON
ON (πατημενος)	OFF	ON (αναμενη)	OFF (σβηστη)	OFF	ON
	ON			ON	ON

- Λογική Συνάρτ. = Ψηφιακή Δυαδική Συνάρτ. Ψηφ. Δυαδ. Μεταβλητών
- Δύο μεταβλητές, των 2 επιτρεπτών τιμών καθεμία  $\Rightarrow$  4 συνδυασμοί

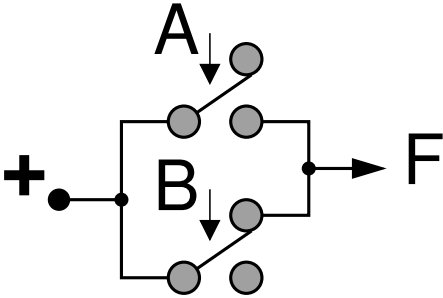
# >2 Μεταβλητές, ή/και χρήση της τρίτης επαφής (NOT)



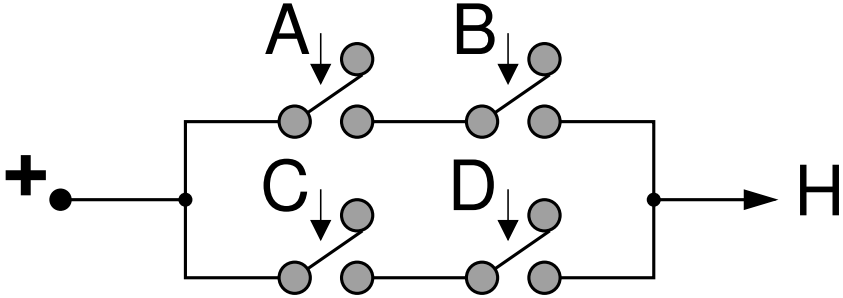
$$E = (\text{NOT}(A)) \text{AND}(B)$$



$$G = ((A) \text{OR}(B)) \text{AND}((C) \text{OR}(D))$$

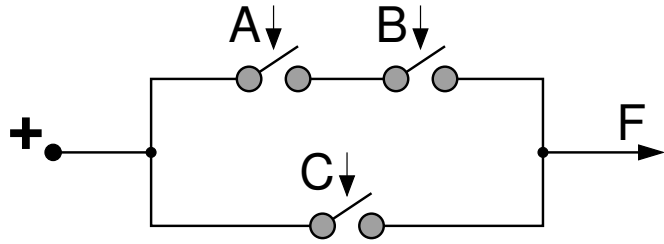


$$F = (A) \text{OR}(\text{NOT}(B))$$

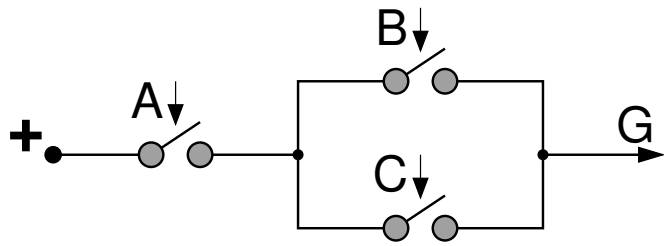


$$H = ((A) \text{AND}(B)) \text{OR}((C) \text{AND}(D))$$

# Πίνακες Αληθείας Συναρτήσεων 3 Μεταβλητών



$$F = (A \text{ AND } B) \text{ OR } C$$



$$G = A \text{ AND } (B \text{ OR } C)$$

A	B	C	A AND B	F	B OR C	G
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

## Ασκήσεις 1.3 (όταν ξεκινήσουν Εργαστ. & Προσομ.)

- Μπανιέρα γεμίζει =
  - τάπα στη θέση της (“ON”) **KAI**
  - βρύση κρύου ON **Η** βρύση ζεστού ON
- ⇒ **OXI** (Μπανιέρα γεμίζει) =
  - **OXI** (τάπα στη θέση της) **??**
  - **OXI** (βρύση κρύου ON) **??** **OXI** (βρύση ζεστού ON)
- κλπ. (βλ. εκφωνήσεις)

# Διακόπτες “Aller-Retour”

- Από πόρτα Π: να μπορώ ανάψω εάν σβηστό, να σβήσω εάν αναμένο
- Από κρεββάτι Κ: να μπορώ να σβήσω εάν αναμ., ανάψω εάν σβηστό

Φώς =? (Π) <u>ΚΑΙ</u> (Κ)		Κ	
		0	1
Π	0	0	0
	1	0	1

ΚΑΙ δεν κάνει:

- Εάν σβηστό από άλλη πλευρά, δεν μπορώ να το ανάψω

Φώς =? (Π) <u>Ή</u> (Κ)		Κ	
		0	1
Π	0	0	1
	1	1	1

Ή δεν κάνει:

- Εάν αναμένο από άλλη πλευρά, δεν μπορώ να το σβήσω

# Αποκλειστικό-Ή (exclusive-OR), Συνάρτηση Ισότητας

- Συνάρτηση που να αλλάζει πάντα τιμή: όποτε αλλάζει τιμή μία από τις μεταβλητές εισόδου της, με τις υπόλοιπες σταθερές

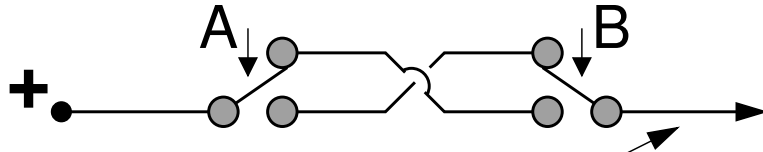
Αποκλ.-Ή (XOR)		Κ	
		0	1
Π	0	0	1
	1	1	0

- Ή ο ένας ή ο άλλος αλλά όχι και οι δύο αναμένοι
- Σχήμα σκακιέρας

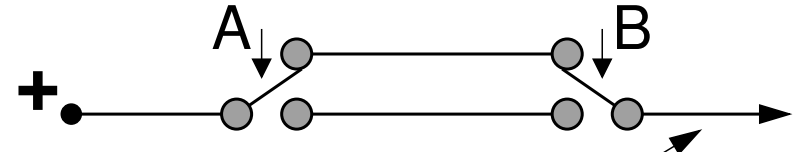
Ισότητα (Π==Κ)		Κ	
		0	1
Π	0	1	0
	1	0	1

- Ανάβει όταν και οι δύο μηδέν, ή όταν και οι δύο άσσοι, δηλ. όταν είναι ίσοι μεταξύ τους

# Κυκλώματα Exclusive-OR και Συνάρτησης Ισότητας



XOR (Exclusive OR – odd parity)  
(A and not B) or (B and not A)



Equality function  
XNOR (NOT XOR – even parity)  
(A and B) or (not A and not B)

Αποκλ.-Η (XOR)		B	
		0	1
A	0	0	1
	1	1	0

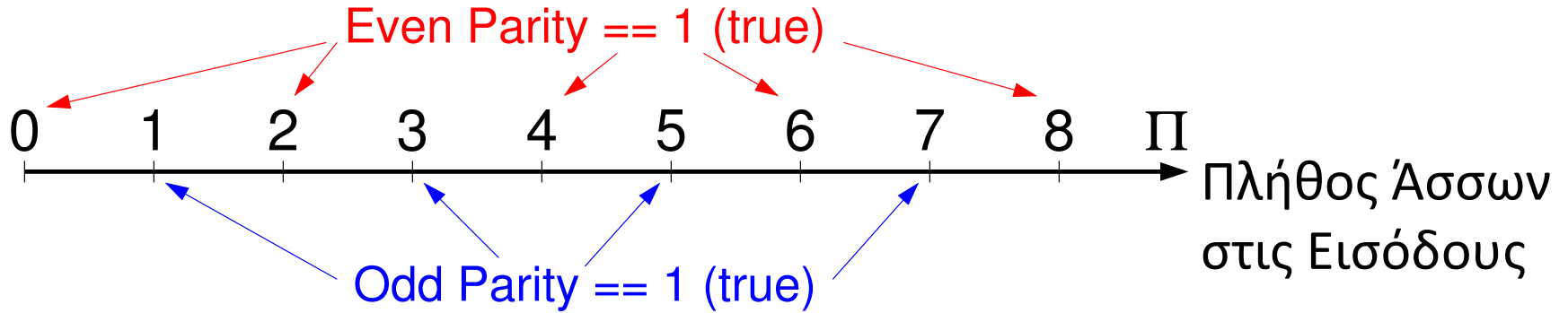
Ισότητα (A==B)		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	0	1



## Γενίκευση: Ποιές Συναρτήσεις δεν αγνοούν εισόδους;

- Ποιές συναρτήσεις αλλάζουν πάντα τιμή όποτε αλλάζει τιμή μία από τις μεταβλητές εισόδου της, με τις υπόλοιπες σταθερές;
- Δηλαδή ποιές συναρτήσεις δεν αγνοούν ποτέ μίαν είσοδό (η τιμή τους δεν είναι ποτέ ανεξάρτητη από μίαν είσοδο) για κάποιον(ους) συνδυασμό(ούς) τιμών των άλλων εισόδων;
- Μετράμε το πλήθος των άσων μεταξύ των εισόδων
  - $f(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0) \rightarrow$  πέντε (5) άσοι στις 10 εισόδους
  - $f(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0) \rightarrow$  τέσσερεις (4) άσοι στις 10 εισόδους
- Θεώρημα: όποτε αλλάζει μία και μόνο μία είσοδος, το πλήθος των άσων αλλάζει πάντα κατά +1 ή κατά -1.

# Οι Συναρτήσεις Άρτιας και Περιττής Ισοτιμίας



- *Άρτια Ισοτιμία (Even Parity)*: ορίζεται  $\rightarrow$  “το πλήθος των άσσεων είναι **άρτιος** αριθμός” (1 εάν αληθές, 0 εάν ψευδές)
- *Περιττή Ισοτιμία (Odd Parity)*: ορίζεται  $\rightarrow$  “το πλήθος των άσσεων είναι **περιττός** αριθμός” (1 εάν αληθές, 0 εάν ψευδές)
  - Odd Parity = γενίκευση του XOR, Even Parity = γενίκευση XNOR
- **Θεώρημα**: όποτε αλλάζει οιαδήποτε μία και μόνο μία είσοδος, αλλάζει πάντοτε το Parity των εισόδων.

# Ανίχνευση ενός Σφάλματος Μετάδοσης μέσω Parity

- Πομπός & δέκτης συμφωνούν: πάντα **Odd Parity** (msg + check bit)
- Μήνυμα: 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 (4 άσσοι)
- Add **check bit**: 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 **1** (5 άσσοι – πάντα Odd)
- Μετάδοση (έως ένα πιθανό σφάλμα): **check Odd Parity**
- Σωστή Μετάδ.: 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 (5 άσσοι – oddP true)
- Λάθος Μετάδ.: 0 1 0 0 0 **0** 1 0 1 0 1 (4 άσσοι – oddP **false**)
- Λάθος Μετάδ.: **1** 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 (6 άσσοι – oddP **false**)
- Λάθος Μετάδ.: 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 **0** (4 άσσοι – oddP **false**)
- Για ανίχνευση 2, 4, κλπ. σφαλμάτων: άλλοι κώδικες, άλλο μάθημα...

# Ανακεφαλαίωση

- Συναρτήσεις Boole (ψηφιακές δυαδικές):
  - Πεπερασμένο πλήθος δυνατών συνδυασμών εισόδων ( $2^n$ )
  - Πίνακας Αληθείας: τιμές εξόδου για όλους αυτούς
  - Σύνθετα δίκτυα διακοπών (3 επαφές ανά διακόπτη) →
  - Σύνθετες συναρτήσεις Boole AND, OR, NOT πολλαπλών εισόδων
- Οι συναρτήσεις που ποτέ δεν αδιαφορούν για καμία είσοδό τους:
  - Odd Parity (exclusive-OR, XOR)
  - Even Parity (συναρτ. ισότητας δύο εισόδων) == NOT (Odd Parity)
  - Πλήθος Άσων (άθροισμα των bits...)
  - Κώδικας ανίχνευσης σφαλμάτων (απλός) (~ “checksum”)